Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4614**

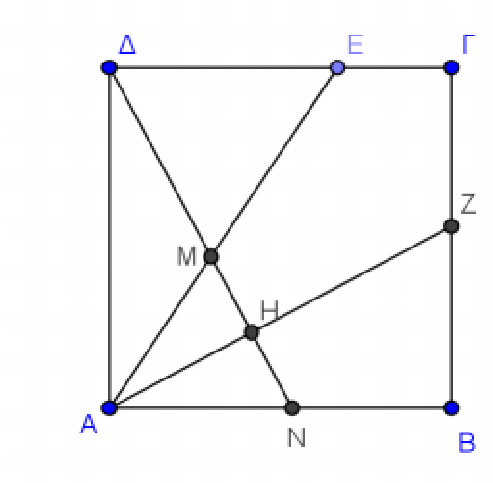
Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ και τυχαίο σημείο Ε στην πλευρά ΔΓ. Φέρουμε τη διχοτόμο ΑΖ της γωνίας ΕΑΒ και τη ΔΗ κάθετη από το Δ προς την ΑΖ, η οποία τέμνει την ΑΕ στο Μ και την ΑΒ στο Ν.

Να αποδείξετε ότι:

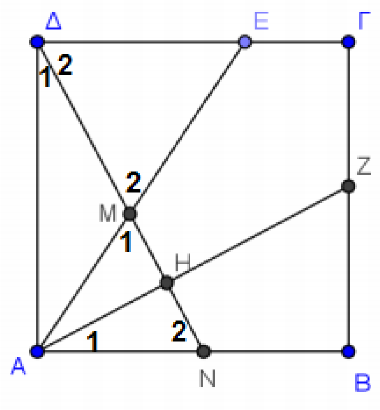
α) Τα τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

β) ΑΜ=ΑΝ και ΔΕ=ΕΜ. (Μονάδες 10)

γ) ΑΕ=ΔΕ+ΒΖ (Μονάδες 7)



Λύση:



α) Τα τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ έχουν ΑΒ = ΑΔ ως πλευρές τετραγώνου, $\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^o$ και $\hat{A}_1 = \hat{\Delta}_1$ γιατί είναι οξείες και έχουν τις πλευρές κάθετες (ΑΒ $\perp$ ΑΔ και ΔΝ $\perp$ ΑΖ) Άρα τα τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ είναι ίσα (Γ-Π-Γ).

Άρα και ΒΖ = ΑΝ (1)

β) Το τρίγωνο ΑΜΝ είναι ισοσκελές γιατί η διχοτόμος ΑΗ είναι και ύψος (ΔΝ $\perp$ ΑΖ). Άρα ΑΜ = ΑΝ (2) και $\hat{M}_1 = \hat{N}_2$ (3).

Επίσης $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ (4) ως κατακορυφήν και $\hat{\Delta}_2 = \hat{N}_2$ (5), (ως εντός εναλλάξ των ΓΔ // ΑΒ καθώς τέμνονται από την ΔΝ)

Από τις σχέσεις (3), (4) και (5) προκύπτει $\hat{\Delta}_2 = \hat{M}_2$ άρα το τρίγωνο ΔΕΜ είναι ισοσκελές με ΔΕ = ΕΜ (6)

γ) ΑΕ = ΑΜ + ΜΕ

Αλλά ΑΜ = ΑΝ (λόγω 2) και ΒΖ = ΑΝ (λόγω 1) άρα ΑΜ = ΒΖ (7)

Από τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε ΑΕ = ΑΜ + ΜΕ = ΒΖ + ΔΕ.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός