Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_3813**

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ=2ΒΓ και τη γωνία Β αμβλεία. Από την κορυφή Α φέρουμε την ΑΕ κάθετη στην ευθεία ΒΓ και έστω Μ, Ν τα μέσα των ΑΒ, ΔΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΜΒΓΝ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

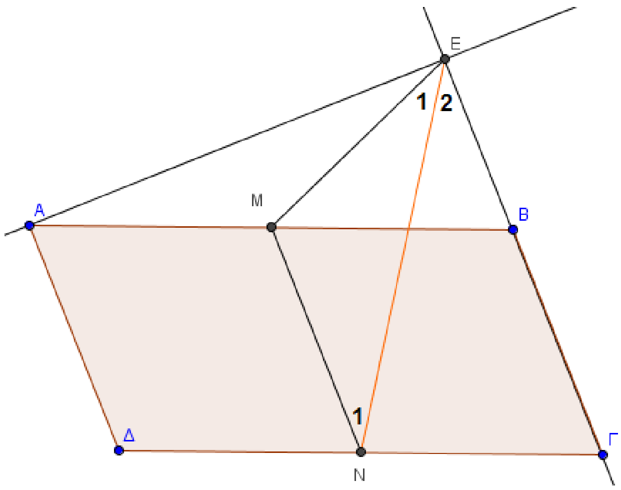
β) Το τετράπλευρο ΜΕΓΝ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)

γ) Η ΕΝ είναι διχοτόμος της γωνίας $\mathrm{M}\hat{\mathrm{E}}\Gamma$. (Μονάδες 8)

Λύση:

α) Επειδή ΜΒ //= ΓΝ (αφού ΑΒ //= ΓΔ και Μ , Ν μέσα των ΑΒ και ΓΔ) το ΒΜΝΓ είναι παραλληλόγραμμο και επειδή ΜΒ = $\frac{AB}{2}$ = ΒΓ είναι ρόμβος.

(Το παραλληλόγραμμο με ίσες πλευρές είναι ρόμβος).



β) ΝΜ // ΓΒ άρα ΝΜ // ΓΕ αλλά ΜΕ $\nparallel$ ΝΓ αφού η ΜΕ τέμνει την ΜΒ άρα το ΜΕΓΝ είναι τραπέζιο. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΒ (Α$\hat{E}$Β =90^o αφού ΑΕ$\perp$ΒΓ) η ΕΜ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΑΒ άρα

Επομένως ΕΜ = $\frac{AB}{2}$ = ΜΒ = ΝΓ . Άρα το τραπέζιο ΜΕΓΝ είναι ισοσκελές.

Επειδή ΕΜ = $\frac{AB}{2}$ = ΜΒ = ΝΜ το τρίγωνο ΜΕΝ είναι ισοσκελές οπότε $\hat{\mathrm{E}}_1 = \hat{\mathrm{N}}_1$ (1)

Επειδή ΝΜ // ΓΕ, $\hat{\mathrm{E}}_2 = \hat{\mathrm{N}}_1$ (2) ως εντός εναλλάξ (καθώς τέμνονται από τη ΝΕ).

Από (1) και (2) έχουμε $\hat{\mathrm{E}}_1 = \hat{\mathrm{E}}_2$ άρα η ΕΝ είναι διχοτόμος της $\mathrm{M}\hat{\mathrm{E}}\Gamma$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός