

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_3803

Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ προεκτείνουμε τη διαγώνιο ΒΔ (προς το Δ) κατά τμήμα ΔΕ=ΔΒ.

Έστω Μ το μέσο της ΑΔ και Ν το σημείο τομής των ευθειών ΑΕ και ΓΔ.

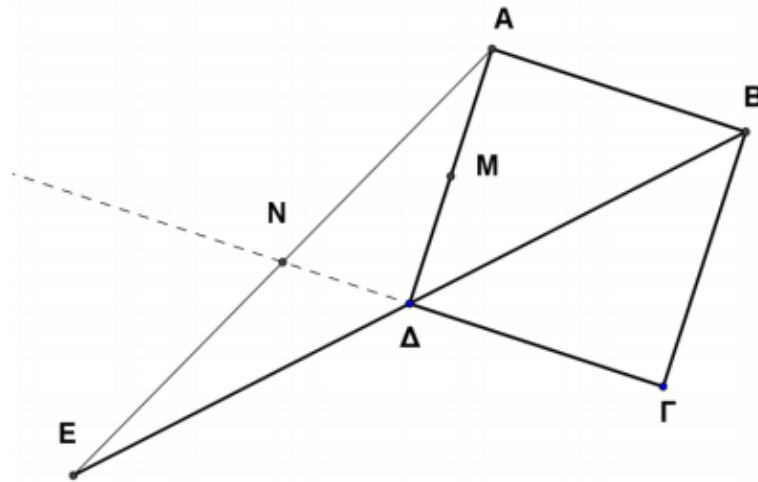
α) Να αποδείξετε ότι ΔΝ=ΔΜ. (Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΝΜΔ. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι:

i. $MN \perp AG$ (Μονάδες 7)

ii. $GM \perp AN$ (Μονάδες 7)



Λύση:

α) Στο τρίγωνο ΑΒΕ το Δ είναι μέσον της ΒΕ και

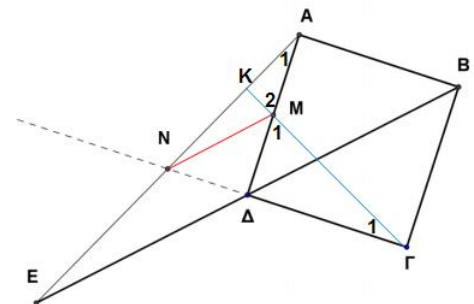
$GD \parallel AB$ άρα και $ND \parallel AB$ οπότε το Ν είναι μέσον της ΑΕ άρα και $ND \parallel = \frac{AB}{2}$

Αλλά και $MD \parallel = \frac{AD}{2}$

Άρα $DM = DN$ (1) αφού $AB = AD$.

β) Το τρίγωνο ΜΔΝ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) αλλά και

ισοσκελές λόγω της (1). Άρα $\hat{N} = \hat{M} = 45^\circ$



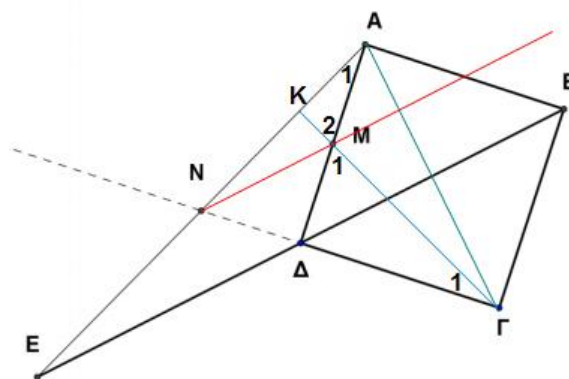
γ) $AG \perp BD$ ως διαγώνιοι τετραγώνου.

Επειδή όμως $\widehat{\Delta NM} = \widehat{B \hat{D} G} = 45^\circ$ θα είναι

$MN \parallel BD$ γιατί σχηματίζουν ίσες εντός

εκτός και επί τ' αυτά γωνίες καθώς

τέμνονται από τη GD . Άρα $AG \perp MN$.



Τα τρίγωνα AND και $ΓDM$ είναι ορθογώνια

($\widehat{A \hat{D} N} = \widehat{A \hat{D} G} = 90^\circ$) έχουν επίσης $AG = AD$ (πλευρές τετραγώνου) και $DM = DN$ (1) ,

άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε $\widehat{A}_1 = \widehat{G}_1$. Όμως $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ ως κατακορυφήν.

Επειδή $\widehat{M}_1 + \widehat{G}_1 = 90^\circ$ θα έχουμε επίσης $\widehat{M}_2 + \widehat{A}_1 = 90^\circ$ άρα $MK \perp AK$ συνεπώς

$GM \perp AN$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκκίμης – MEd – Μαθηματικός