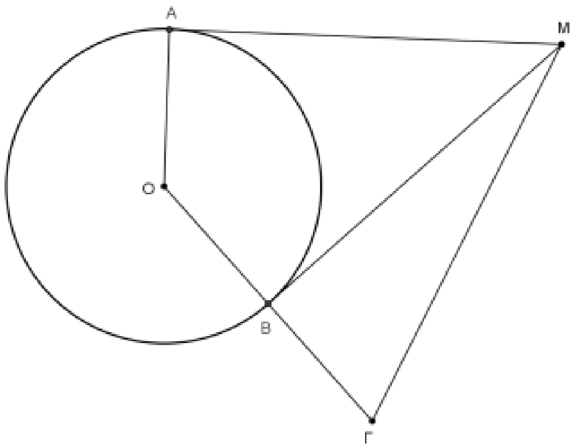
Θέμα 4 GI_A_GEO_4_3731

Δίνεται κύκλος (Ο, ρ) και σημείο Μ εξωτερικό του. Από το Μ φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΜΑ και ΜΒ του κύκλου και έστω ότι το σημείο Γ είναι το συμμετρικό του Ο ως προς την ευθεία ΜΒ.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΜΒΟ είναι εγγράψιμο σε κύκλο. (Μονάδες 7)

β) Να προσδιορίσετε το κέντρο Λ του περιγγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου ΑΜΒΟ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

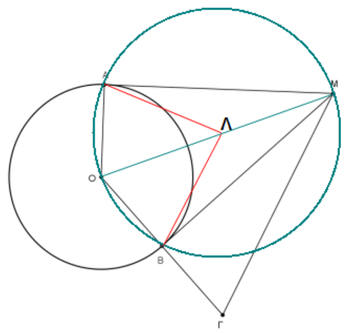
γ) Να αποδείξετε ότι ΒΛ//ΜΓ. (Μονάδες 9)



Λύση:

α) Στο τετράπλευρο ΑΜΒΟ είναι εγγράψιμο γιατί έχει δύο απέναντι γωνίες παραπληρωματικές ($O\hat{A}M = O\hat{B}M = 90^o$).

β) Επειδή $O\hat{A}M = O\hat{B}M = 90^o$, η ΟΜ θα είναι διάμετρος του περιγεγραμμένου κύκλου του ΑΜΒΟ (κάθε εγγεγραμμένη γωνία που είναι ορθή βαίνει σε ημιπεριφέρεια) Άρα το κέντρο του κύκλου θα είναι το μέσον της ΒΜ.



γ) Τα σημεία Ο και Γ είναι συμμετρικά ως προς το Β. Άρα ΟΒ = ΒΓ. Έτσι στο τρίγωνο ΟΜΓ το τμήμα ΒΛ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΟΜ και ΟΓ και επομένως ΒΛ //= $\frac{ΓΜ}{2}$.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός