Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_3711**

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) και το ύψος του ΑΗ. Έστω Δ και Ε τα συμμετρικά σημεία του Η ως προς τις ευθείες ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

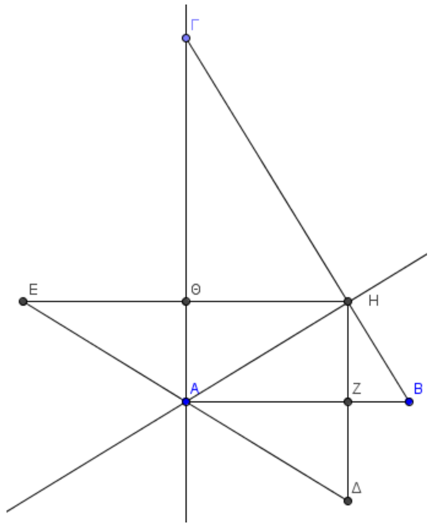
I. ΑΗ=ΑΔ=ΑΕ. (Μονάδες 6)

II. Η γωνία ΕΗΔ είναι ορθή. (Μονάδες 6)

III. Τα σημεία Ε, Α και Δ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΗΔ είναι ίσα; Αν ναι, να το αποδείξετε. Αν όχι, κάτω από ποιες αρχικές προϋποθέσεις θα μπορούσε να είναι ίσα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

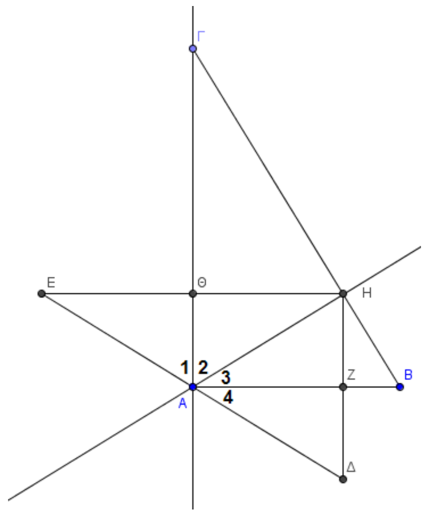
Λύση:



α) i) Τα τμήματα ΑΗ και ΑΔ είναι συμμετρικά ως προς την ΑΒ άρα ΑΗ = ΑΔ (Το Δ είναι το συμμετρικό του Η και το Α είναι το συμμετρικό του Α) .

Τα τμήματα ΑΗ και ΑΕ είναι συμμετρικά ως προς την ΑΓ άρα ΑΗ = ΑΕ (Το Ε είναι το συμμετρικό του Η και το Α είναι το συμμετρικό του Α).

ii) Το τετράπλευρο ΑΘΗΖ έχει τρεις ορθές γωνίες $Θ\hat{A}Z$ = $A\hat{Θ}H$ = $A\hat{Z}H$ = 90^o άρα και $Θ\hat{H}Z = 90^o$

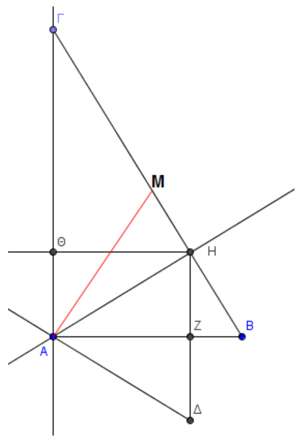


iii) Λόγω συμμετρίας έχουμε $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ και $\hat{A}_3 = \hat{A}_4$

όμως $\hat{A}_3 + \hat{A}_2 = 90^o$ άρα

$$E\hat{A}\Delta = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 + \hat{A}_4 = 2\left(\hat{A}_2 + \hat{A}_3\right) = 2 \cdot 90^o = 180^o$$

Επομένως τα σημεία Ε , Α και Δ είναι συνευθειακά.



β) Γενικά τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΗΕΔ δεν είναι ίσα. Αν ήταν θα έπρεπε να έχουν ίσες υποτείνουσες (ΒΓ=ΕΔ). Όμως ΕΔ = 2·ΑΗ (όπως προκύπτει από το i) του α) Θα έπρεπε δηλαδή να ισχύει ΒΓ = 2·ΑΗ. Επειδή όμως στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ΒΓ = 2·ΑΜ θα έπρεπε ΑΜ = ΑΗ Αυτό συμβαίνει μόνο όταν το ύψος να ταυτίζεται με τη διάμεσο, δηλαδή το ΑΒΓ να είναι ισοσκελές.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός