

Θέμα 4
GI_A_GEO_4_3702

Έστω ότι Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΓΔ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ αντίστοιχα. Αν για το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ επιπλέον ισχύουν $AB > AD$ και γωνία Α αμβλεία, να εξετάσετε αν είναι αληθείς οι ακόλουθοι ισχυρισμοί:

Ισχυρισμός 1: Το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο.

Ισχυρισμός 2: Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ είναι ίσα.

Ισχυρισμός 3: Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ είναι ισοσκελή.

α) Στην περίπτωση που θεωρείτε ότι κάποιος ισχυρισμός είναι αληθής να τον αποδείξετε. (Μονάδες 16)

β) Στην περίπτωση που κάποιος ισχυρισμός δεν είναι αληθής, να βρείτε τη σχέση των διαδοχικών πλευρών του παραλληλογράμμου ώστε να είναι αληθής. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

Λύση:

α) Ισχυρισμός 1 : Σωστός

$AB \parallel \Gamma\Delta$ άρα και $EB \parallel \Delta Z$ αφού

$$EB = \frac{AB}{2} = \frac{\Gamma\Delta}{2} = \Delta Z$$

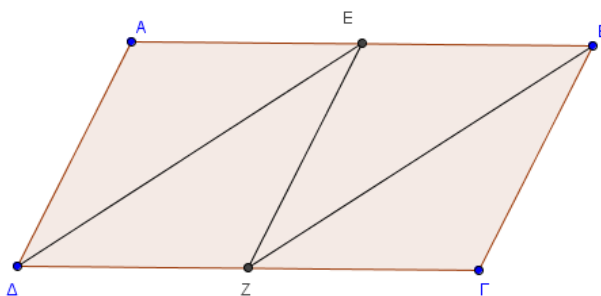
Ισχυρισμός 2 : Σωστός

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ.

$AD = \Gamma B$ (απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου), $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ (απέναντι γωνίες

παραλληλογράμμου) και $AE = \frac{AB}{2} = \frac{\Gamma\Delta}{2} = \Gamma Z$

Άρα τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ είναι ίσα (Π – Γ – Π).



β) Ισχυρισμός 3 : Λάθος

Επειδή οι γωνίες \hat{A} και $\hat{\Gamma}$ είναι αμβλείες για να ήταν ισοσκελή τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ θα έπρεπε $ΑΕ = ΑΔ$ και $ΒΓ = ΓΖ$ άρα $ΑΒ = 2ΑΔ$ και $ΓΔ = 2ΒΓ$.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκμίσης – ΜEd – Μαθηματικός