

---

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

---

1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από το σημείο  $M(1,0)$  και τέμνει τις ευθείες  $y=x+2$  και  $y=x$  στα σημεία  $A$  και  $B$  αντιστοίχως, έτσι, ώστε  $(AB)=2$ .
2. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\lambda x+(\lambda-1)y=2\lambda$  και  $(\lambda+1)x+\lambda y=2\lambda+1$  τέμνονται για όλες τις τιμές του  $\lambda \in \mathbf{R}$ . Ποιος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων τομής τους;
3. Αν οι τρεις ευθείες  $a_\kappa x + \beta_\kappa y = 1$ , με  $\kappa=1,2,3$ , διέρχονται από το ίδιο σημείο, να αποδείξετε ότι τα σημεία  $(a_\kappa, \beta_\kappa)$ ,  $\kappa=1,2,3$ , είναι συγγραμμικά.
4. Να βρείτε την ευθεία η οποία συνδέει το σημείο  $A(a, \beta)$  με το σημείο τομής των ευθειών  $\frac{x}{a} + \frac{y}{\beta} = 1$  και  $\frac{x}{\beta} + \frac{y}{a} = 1$ .
5. Αν οι ευθείες  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$  και  $\frac{x}{A} + \frac{y}{B} = 1$  είναι παράλληλες με  $A > \alpha$  και  $\beta > 0$ , να δείξετε ότι η απόσταση μεταξύ των ευθειών είναι  $\frac{\beta(A-\alpha)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$ .
6. Να δείξετε ότι:
  - (i) Η εξίσωση  $x^2 - 4xy + y^2 = 0$  παριστάνει δύο ευθείες.
  - (ii) Καθεμιά σχηματίζει με την  $x - y = 0$  γωνία  $30^\circ$ .
7. Να βρείτε συνθήκη, ώστε:
  - (i) Η ευθεία  $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$  να ορίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο
  - (ii) Ο άξονας  $x'x$  να διχοτομεί τη γωνία των ευθειών με εξισώσεις  $\varepsilon_1 : \alpha_1 x + \beta_1 y = 0$  και  $\varepsilon_2 : \alpha_2 x + \beta_2 y = 0$ .
8. Να βρείτε συνθήκη μεταξύ των  $\alpha, \beta, \gamma$ , έτσι ώστε η ευθεία  $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ 
  - (i) Να τέμνει το θετικό ημιάξονα  $Ox$  και τον αρνητικό  $Oy'$
  - (ii) Να μην έχει κανένα σημείο της στο (I) τεταρτημόριο.