

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται τρίγωνο  $ABΓ$  με  $\hat{A} = 60^\circ$  και οι διχοτόμοι του  $BΔ$  και  $ΓΕ$ . Να αποδείξετε ότι  $B\hat{Δ}Γ = Γ\hat{E}A$ .

2. Θεωρούμε ισόπλευρο τρίγωνο  $ABΓ$  ( $AB = AG = BΓ = a$ ) και τα σημεία  $Δ$  και  $E$  των πλευρών του  $AB$

και  $BΓ$  αντίστοιχα, ώστε  $AD = BE = \frac{1}{3}a$ . Να αποδείξετε ότι  $ΔE \perp BΓ$ .

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $ABΓ$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και η διχοτόμος του  $AD$ . Φέρουμε  $Δx \perp BΓ$ , που τέμνει την  $AB$  στο  $E$  και την προέκτασή της  $AG$  στο  $Z$ . Να αποδείξετε ότι  $BE = ZΓ$ .

4. Θεωρούμε τετράπλευρο  $ABΓΔ$  με  $\hat{A} = \hat{Γ} = 90^\circ$  και  $BΓ = ΓΔ$ . Στην προέκταση της  $AD$  παίρνουμε τμήμα  $ΔE = AB$ . Να αποδείξετε ότι  $AG \perp ΓE$ .

5. Δίνεται τρίγωνο  $ABΓ$  με  $AB < AG$ . Να αποδείξετε ότι:

i) Το ύψος  $AD = v_a$  σχηματίζει με τη μικρότερη πλευρά μικρότερη γωνία.

ii) Η διάμεσος  $AM = \mu_a$  σχηματίζει με τη μικρότερη πλευρά μεγαλύτερη γωνία.

iii) Το ύψος  $v_a$  και η διάμεσος  $\mu_a$  βρίσκονται εκατέρωθεν της διχοτόμου  $AE = \delta_a$ .

6. Τρεις κύκλοι με κέντρα  $K_1, K_2, K_3$  εφάπτονται εξωτερικά στα  $A, B, Γ$ . Να αποδείξετε ότι ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου  $ABΓ$  είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο  $K_1K_2K_3$ .

7. Θεωρούμε τρίγωνο  $ABΓ$ , τον εγγεγραμμένο κύκλο του  $(I, \rho)$  και τον παρεγγεγραμμένο κύκλο του  $(I_a, \rho_a)$ . Ονομάζουμε  $Δ, E, Z$  και  $Δ', E', Z'$  τα σημεία επαφής των  $(I, \rho)$  και  $(I_a, \rho_a)$  με τις ευθείες  $BΓ, ΓA, AB$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

i)  $AZ = AE = \tau - a$ ,  $BΔ = BZ = \tau - \beta$ ,  $ΓΔ = ΓE = \tau - \gamma$ ,

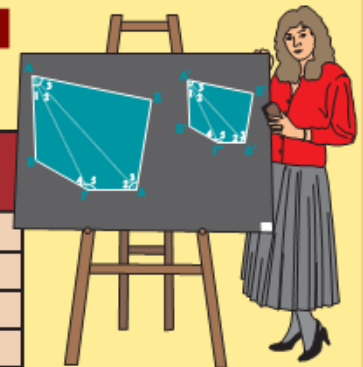
ii)  $AZ' = AE' = \tau$ ,

iii)  $ZZ' = EE' = a$ ,  $ΔΔ' = \beta - \gamma$ .

### Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα για κυρτά  $n$ -γωνα.

αριθμός πλευρών	άθροισμα γωνιών κυρτού $n$ -γώνου	άθροισμα εξωτερικών γωνιών κυρτού $n$ -γώνου
4		
5		
6		
7		
.		
.		
.		
$n$	$2n - 4$ ορθές	4 ορθές



i) Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών κυρτού  $n$ -γώνου; Εξαρτάται από τον αριθμό των πλευρών  $n$ ; Τι ισχύει όταν αυξάνεται το  $n$ ;

ii) Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών κυρτού  $n$ -γώνου. Να σχολιάσετε τη σχέση του με τον αριθμό των πλευρών  $n$ .

2. Να κατασκευάσετε δύο γωνίες με πλευρές παράλληλες (3 περιπτώσεις). Να εξετάσετε τι ισχύει για τις διχοτόμους τους (παράλληλες, κάθετες κτλ.)

Να κάνετε το ίδιο για δύο γωνίες με πλευρές κάθετες.

### Εργασία

Να υπολογίσετε τις γωνίες ισοσκελούς τριγώνου  $ABΓ$  ( $AB = AG$ ), το οποίο είναι δυνατόν να χωριστεί σε δύο άλλα ισοσκελή τρίγωνα.

**Υπόδειξη:** Η ευθεία που χωρίζει το  $ABΓ$  σε δυο ισοσκελή τρίγωνα πρέπει να διέρχεται από μια κορυφή του τριγώνου. Να διακρίνετε δύο περιπτώσεις: i) με ευθεία  $AD$  από την κορυφή  $A$ .

ii) με ευθεία  $BE$  από την κορυφή  $B$ .