
ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ο αριθμός των παιδιών σε ένα δείγμα 80 οικογενειών μιας πόλης δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

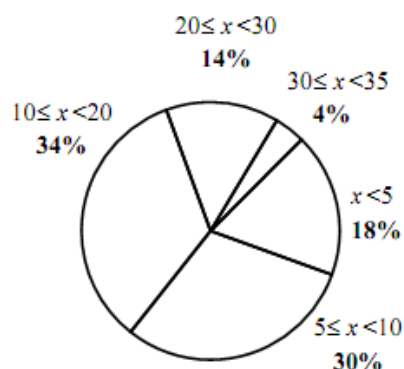
Αριθμός Παιδιών	0	1	2	3	4	5	6
Οικογένειες	10	25	20	12	6	5	2

- α) Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεση τιμή, την επικρατούσα τιμή και την τυπική απόκλιση του αριθμού των παιδιών.
β) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων
γ) Από το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων να εκτιμήσετε τα τρία τεταρτημόρια.
2. Ο αριθμός των τυπογραφικών λαθών που βρέθηκαν στις 60 σελίδες ενός κειμένου στην πρώτη του διόρθωση ήταν:

3	4	5	2	6	7	2	2	3	4	5	6	7	4	0
6	4	0	0	2	3	1	1	4	5	4	3	3	7	6
4	3	2	1	0	1	2	3	3	3	4	4	5	6	8
3	9	3	1	0	4	4	5	5	6	6	7	8	9	5

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε ισοπλατείς κλάσεις πλάτους δύο και να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.
β) Να κατασκευάσετε τα ιστογράμματα συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων και τα αντίστοιχα πολύγωνα συχνοτήτων.
γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, την κορυφή και την τυπική απόκλιση.

3. Σε μια εταιρεία συνολικά εργάζονται 200 άτομα. Όπως προέκυψε από ένα τυχαίο δείγμα υπαλλήλων, ο συνολικός χρόνος υπηρεσίας τους δίνεται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα.



- α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.
 β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.
 γ) Πόσοι συνολικά υπάλληλοι αναμένονται να συνταξιοδοτηθούν (συμπληρώνοντας 35-ετία) μέσα στα επόμενα i) 5 χρόνια, ii) 10 χρόνια;
 δ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

4. Τα εργατικά ατυχήματα που συνέβησαν το 1990 και το 1994 δίνονται στο διπλανό πίνακα (Στοιχεία Υπουργείου Εργασίας).

Μήνες	1990	1994
Ιαν.-Φεβρ.	1057	692
Μαρ.-Απρ.	927	716
Μάιος-Ιούν.	1114	829
Ιουλ.-Αυγ.	1020	783
Σεπ.-Οκτ.	941	809
Νοεμ.-Δεκ.	775	636
Σύνολο	5834	4465

- α) Να απεικονίσετε τα δεδομένα σε ένα ραβδόγραμμα συχνοτήτων.
 β) Πόσα ατυχήματα συνέβησαν κατά μέσο όρο για τα έτη 1990 και 1994;
 γ) Το 1,4% των ατυχημάτων του 1990 και το 2,1% του 1994 ήταν θανατηφόρα. Πόσα ατυχήματα ήταν θανατηφόρα για τα αντίστοιχα έτη; Ποιο είναι το συμπέρασμά σας;

5. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τη διάρκεια ζωής δύο τύπων λυχνιών A και B σε χιλιάδες ώρες. Μια λυχνία τύπου A στοιχίζει 23.000 δρχ.

A	B
12	12
14	13
23	16
30	22
36	32

- α) Ποιον τύπου λυχνία θα προτιμήσετε, αν η μία λυχνία τύπου B στοιχίζει:
 i) 18.000 δρχ. ii) 19.000 δρχ. iii) 20.000 δρχ.

Να αιτιολογήσετε σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας.

- β) Ποιου τύπου οι λυχνίες παρουσιάζουν μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς τη διάρκεια λειτουργίας τους;
6. Σε δειγματοληπτική έρευνα που έγινε στις 15 χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης (Ε.Ε.) μία βδομάδα πριν και μία βδομάδα μετά το Συμβούλιο Κορυφής, (Σ.Κ.) που έγινε το Μάιο του 1998, τα ποσοστά των ατόμων που αισθάνονταν πολύ καλά πληροφορημένα για το ενιαίο νόμισμα (ευρώ)

δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Χώρα	Πριν το Σ.Κ.	Μετά το Σ.Κ.	Χώρα	Πριν το Σ.Κ.	Μετά το Σ.Κ.
Αυστρία	50	47	Ισπανία	30	39
Βέλγιο	55	55	Ιταλία	49	39
Βρετανία	40	35	Λουξεμβούργο	56	62
Γαλλία	61	72	Ολλανδία	56	55
Γερμανία	44	48	Πορτογαλία	18	20
Δανία	51	53	Σουηδία	40	38
Ελλάδα	26	22	Φινλανδία	45	45
Ιρλανδία	41	29			

- α) Να παραστήσετε τα δεδομένα σε μορφή ραβδογράμματος.
 β) Μα βρεθεί το μέσο ποσοστό των πολύ καλά ενημερωμένων για τις 15 χώρες της Ε.Ε. πριν και μετά το Σ.Κ., υπολογίζοντας i) τον αριθμητικό μέσο και ii) το σταθμικό μέσο ποσοστό με βάρη τους πληθυσμούς των 15 χωρών μελών της Ε.Ε. Ποιος από τους δύο μέσους είναι ο αντιπροσωπευτικότερος;

7. Στον παρακάτω πίνακα παριστάνονται οι χρόνοι (σε λεπτά και δευτερόλεπτα) των νικητών των Ολυμπιακών αγώνων στην κολύμβηση στα 400 μέτρα ελευθέρως (freestyle) ανδρών και γυναικών. Να δώσετε (για κάθε φύλο χωριστά) το χρονόγραμμα των δεδομένων αυτών. Τι συμπεράσματα βγάζετε;

Έτος	Χρόνος Ανδρών	Χρόνος Γυναικών	Έτος	Χρόνος Ανδρών	Χρόνος Γυναικών
1904	6:16.2	—	1956	4:27.3	4:54.6
1908	5:36.8	—	1960	4:18.3	4:50.6
1912	5:24.4	—	1964	4:12.2	4:43.3
1920	5:26.8	—	1968	4:09.0	4:31.8
1924	5:04.2	6:02.2	1972	4:00.3	4:19.4
1928	5:01.6	5:42.8	1976	3:51.9	4:09.9
1932	4:48.4	5:28.5	1980	3:51.3	4:08.8
1936	4:44.5	5:26.4	1984	3:51.2	4:07.1
1948	4:41.0	5:17.8	1988	3:47.0	4:03.9
1952	4:30.7	5:12.1	1992	3:45.0	4:07.2

Πηγή: The World Almanac and Book of Facts, 1994.

8. Οι κάτοικοι ανά km^2 από το 1960 έως και το 1974 στην Ελλάδα ήταν:

Κάτοικοι, Y	63	64	64	64	66	65	65	66	66	67	67	67	67	68	68
Έτος, X	1960	61	62	63	64	65	66	67	68	69	1970	71	72	73	74

- α) Να εκτιμήσετε την ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της Y στη X , και να την παραστήσετε στο διάγραμμα διασποράς.
 β) Το 1976 είχαμε 69,5 κατοίκους/ km^2 . Είναι αυτό αναμενόμενο;

(Υπόδειξη: Θεωρούμε ως έτος αναφοράς το 1960 με τιμή $x = 1$).

9. Ο συντελεστής γενικής θνησιμότητας (Σ.Γ.Θ.) της Ελλάδας για τα χρόνια 1931-1964 παρουσίασε την παρακάτω πορεία.

Έτος, X	1931	1936	1940	1950	1956	1961	1964
Σ.Γ.Θ.%, Y	17,7	15,1	12,8	7,9	7,4	7,6	8,2

- α) Να χαράξετε “με το μάτι” την ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης $y = a + \beta x$ στο διάγραμμα διασποράς και από την ευθεία αυτή να εκτιμήσετε το Σ.Γ.Θ. για το έτος 1965.
 β) Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των δύο σημείων να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας παλινδρόμησης και στη συνέχεια να εκτιμήσετε πάλι το Σ.Γ.Θ. για το έτος 1965. Συγκρίνετε με το προηγούμενο αποτέλεσμα.
 γ) Να επαναλάβετε το ίδιο χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

Σημ. Για την ανεξάρτητη μεταβλητή X να θέσετε για το έτος 1931 ως τιμή το 1, οπότε για το 1936 το $x = 6$ και για το 1965 το 35.

10. Ο παρακάτω πίνακας δίνει το μηνιαίο εισόδημα X και τις αντίστοιχες δαπάνες διατροφής Y πέντε νοικοκυριών, που πάρθηκαν τυχαία από μια πολυκατοικία.

Εισόδημα ($\cdot 10^5$ δρχ.), X	3,5	3,7	4,2	4,3	6,9
Δαπάνες διατροφής ($\cdot 10^5$ δρχ.), Y	1,1	1,5	1,8	1,5	2,5

- α) Με τη μέθοδο των “ελαχίστων τετραγώνων” να βρείτε την εξίσωση της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης των εξόδων διατροφής (πάνω) στο εισόδημα.
 β) Μια οικογένεια της πολυκατοικίας έχει μηνιαίο εισόδημα 500.000 δρχ. Πόσο εκτιμάτε εσείς ότι θα ξοδεύει για διατροφή το μήνα;
 γ) Αν γνωρίζετε ότι μια οικογένεια ξοδεύει 300.000 δρχ. για διατροφή μπορείτε, με βάση τα παραπάνω, να προβλέψετε το μηνιαίο εισόδημά της;

11. Η ποσότητα $s_{xy} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ καλείται συνδιακύμανση των μεταβλητών X και Y . Αν καλέσουμε με s_x^2 , s_y^2 τις διακυμάνσεις των X και Y αντίστοιχα, να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

$$\alpha) \hat{\beta} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} \quad \beta) r = \hat{\beta} \frac{s_x}{s_y}.$$

12. Ένας μαθητής γνώριζε ότι η σχέση που συνδέει τους βαθμούς Φαρενάιτ ($^{\circ}\text{F}$)

με τους βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}\text{C}$) είναι γραμμική, δηλαδή $F = a + \beta C$. Επειδή όμως δε θυμότανε τις σταθερές a , β , μέτρησε τη θερμοκρασία του δωματίου του σε πέντε διαφορετικές ώρες με δύο θερμομέτρα με κλίμακα σε $^{\circ}\text{F}$ και $^{\circ}\text{C}$, αντίστοιχα, και πήρε τα παρακάτω ζεύγη τιμών:

$^{\circ}\text{C}$	15	20	25	30	35
$^{\circ}\text{F}$	59	68	77	86	95

Να βρείτε τη σχέση $\hat{F} = \hat{a} + \hat{\beta}C$ που συνδέει τις δύο κλίμακες θερμοκρασίας.

13. Δίνεται δείγμα n ζευγών $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ δύο μεταβλητών X και Y και έστω $r(X, Y)$ ο συντελεστής συσχέτισης. Εάν $Z = \lambda Y$ όπου λ θετική σταθερά, να δείξετε ότι ισχύει:

$$r(X, Z) = r(X, Y).$$

Τι γίνεται, εάν $\lambda < 0$;

14. Ο αριθμός των διαζυγίων που εκδόθηκαν στην Κύπρο από το 1974 έως το 1994 δίνεται παρακάτω (Πηγή: Τμήμα Στατιστικής και Ερευνών Κύπρου).

Έτος	x	Αριθμός Διαζυγίων y	Έτος	x	Αριθμός Διαζυγίων y
1974	1	140	1985	12	258
1975	2	121	1986	13	276
1976	3	110	1987	14	326
1977	4	136	1988	15	312
1978	5	158	1989	16	335
1979	6	161	1990	17	348
1980	7	164	1991	18	304
1981	8	175	1992	19	433
1982	9	216	1993	20	504
1983	10	262	1994	21	555
1984	11	250			
		Δίνονται: $n = 21$	$\Sigma x^2 = 3.311$	$\Sigma x = 231$	
		$\Sigma y^2 = 17.726.800$	$\Sigma y = 5.544$	$\Sigma xy = 75.512$	

Να βρείτε την ευθεία “ελαχίστων τετραγώνων” και να εκτιμήσετε τον αριθμό των διαζυγίων για τα έτη 1995, 2000.