

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 5ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ



- 1 Δίνονται τα σύνολα $\Omega = \{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \leq 8\}$, $A = \{x \in \Omega, \text{ όπου } x \text{ άρτιος}\}$ και $B = \{x \in \Omega, \text{ όπου } x \text{ διαιρέτης του } 8\}$.
- α) Να γράψετε τα σύνολα Ω , A , B με αναγραφή των στοιχείων τους και να τα παραστήσετε στο ίδιο διάγραμμα Venn.
- β) Να προσδιορίσετε τα σύνολα $A \cup B$, $A \cap B$ και τα A' , B' ως προς βασικό σύνολο Ω .
- γ) Αν επιλέξετε τυχαία ένα στοιχείο του Ω , να βρείτε την πιθανότητα:
- i) να ανήκει στο A
 - ii) να μην ανήκει στο B
 - iii) να ανήκει στο A και στο B
 - iv) να ανήκει στο A ή στο B .

- 2 Σ' ένα καταψύκτη υπάρχουν 12 παγωτά, από τα οποία 3 είναι βανίλια, 3 σοκολάτα, 3 φράουλα και 3 φιστίκι. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει η Μαρία τυχαία ένα παγωτό με γεύση φράουλας που μόνο αυτό δεν της αρέσει; Δύο μέρες αργότερα 1 παγωτό βανίλια, 2 παγωτά σοκολάτα και 1 παγωτό φράουλα έχουν καταναλωθεί. Ποια είναι τώρα η πιθανότητα να πάρει η Μαρία τυχαία ένα παγωτό που να της αρέσει;

- 3 Τα 80 παιδιά της Γ' τάξης ενός Γυμνασίου επέλεξαν να διδαχτούν μια δεύτερη ξένη γλώσσα ανάμεσα στα Γαλλικά και τα Γερμανικά. Τα 18 από τα 30 αγόρια επέλεξαν τα Γερμανικά, ενώ 36 κορίτσια επέλεξαν τα Γαλλικά.
- α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

	Αγόρια	Κορίτσια
Γαλλικά		
Γερμανικά		

- β) Επιλέγουμε τυχαία ένα παιδί. Να βρείτε την πιθανότητα:
- i) να είναι αγόρι
 - ii) να έχει επιλέξει τα Γερμανικά
 - iii) να είναι αγόρι και να έχει επιλέξει τα Γαλλικά
 - iv) να είναι κορίτσι ή να έχει επιλέξει τα Γερμανικά.
- 4 Από το σύνολο $\{25^\circ, 36^\circ, 65^\circ, 92^\circ\}$ που περιέχει ως στοιχεία μέτρα γωνιών, επιλέγουμε τυχαία δύο διαφορετικούς αριθμούς. Αν αυτοί εκφράζουν τα μέτρα δύο γωνιών ενός τριγώνου, ποια είναι η πιθανότητα το τρίγωνο αυτό να είναι ορθογώνιο;
- 5 Από το σύνολο $\{8, 12, 16, 20\}$ επιλέγουμε τυχαία τρεις διαφορετικούς αριθμούς. Ποια η πιθανότητα οι τρεις αυτοί αριθμοί να εκφράζουν τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου;
- 6 Από το σύνολο $\{1, 2, 3, 4\}$ επιλέγουμε τυχαία δύο αριθμούς τον ένα μετά τον άλλο

και με αυτούς σχηματίζουμε ένα κλάσμα. Ο πρώτος είναι ο αριθμητής και ο δεύτερος είναι ο παρονομαστής του κλάσματος. Να βρείτε την πιθανότητα ώστε το κλάσμα **α)** να εκφράζει ακέραιο αριθμό **β)** να είναι μικρότερο της μονάδας.

7 Αν για δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ και $P(A') + P(B') = \frac{11}{10}$, να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(A \cap B)$.

8 Ο Νίκος ισχυρίζεται ότι, όταν ρίχνουμε δύο ζάρια, η πιθανότητα να έχουν άθροισμα 8 είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα να έχουν άθροισμα 7. Είναι σωστός ο ισχυρισμός του;

Το τρίγωνο του Πασκάλ και οι Πιθανότητες

Ο Πασκάλ χρησιμοποίησε το αριθμητικό τρίγωνο (τρίγωνο Πασκάλ) προκειμένου να προσδιορίσει το πλήθος των δυνατών αποτελεσμάτων κατά τη ρίψη ενός νομίσματος. Για παράδειγμα, αν ρίξουμε ένα νόμισμα μία, δύο, τρεις φορές, τότε τα δυνατά αποτελέσματα και το πλήθος τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός ρίψεων	Δυνατά αποτελέσματα			Τρίγωνο Πασκάλ	Πλήθος δυνατών αποτελεσμάτων
1	Κ	Γ		1 1	$2 = 2^1$
2	ΚΚ	ΚΓ ΓΚ	ΓΓ	1 2 1	$4 = 2^2$
3	ΚΚΚ	ΚΚΓ ΚΓΚ ΓΚΚ	ΓΓΚ ΓΚΓ ΚΓΓ	1 3 3 1	$8 = 2^3$

Να βρείτε:

- α)** Το πλήθος των δυνατών αποτελεσμάτων σε 5 ρίψεις του νομίσματος.
- β)** Την πιθανότητα να φέρουμε την ίδια ένδειξη και τις 5 φορές.
- γ)** Την πιθανότητα να φέρουμε όλες τις φορές γράμματα, αν ρίξουμε το νόμισμα 6 φορές.