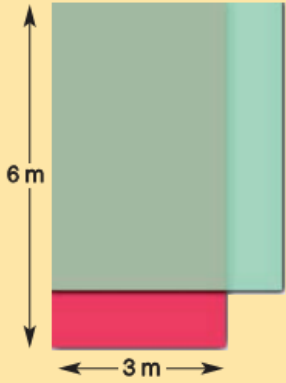


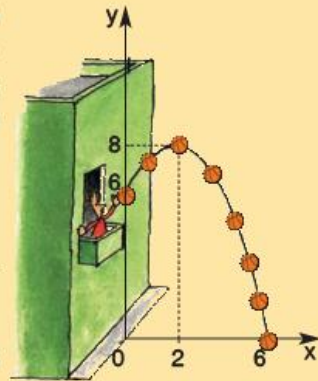


## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 4ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- 1 Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $9y^2 = 4x^4$  παριστάνει δύο παραβολές συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'x$ , τις οποίες και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων.
- 2 Να βρείτε την τιμή του  $a$ , ώστε οι εξισώσεις  $y = (2a - 1)x^2$  και  $y = (1 - 4a^2)x^2$  να παριστάνουν παραβολές συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'x$ .
- 3 Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = -x^2$ ,  $y = 2x - 3$  και να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες των κοινών τους σημείων.
- 4 Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής, που έχει κορυφή το σημείο  $K(2, -3)$  και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $A(0, 5)$ .
- 5 Το άθροισμα των καθέτων πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) είναι 10 cm.
  - a) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $y$  του ορθογωνίου τριγώνου ως συνάρτηση της πλευράς του  $AB = x$  είναι  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x$ , με  $0 < x < 10$ .
  - β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
  - γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν γίνεται μέγιστο, όταν το ορθογώνιο τρίγωνο είναι και ισοσκελές.
- 6 Ένα κατάστημα σχήματος ορθογωνίου αρχικά σχεδιάστηκε, να κατασκευαστεί με μήκος 6 m και πλάτος 3 m. Η αρχιτέκτων όμως, προκειμένου να μεγαλώσει τη βιτρίνα του καταστήματος σκέφτηκε να μειώσει το μήκος του και ταυτόχρονα να αυξήσει το πλάτος του κατά τα ίδια μέτρα. Ποια πρέπει να είναι η μεταβολή κάθε διάστασης, ώστε το εμβαδόν να γίνει μέγιστο;
- 7 Σε ευθύγραμμο τμήμα  $AB = 10$  cm παίρνουμε σημείο  $M$  και κατασκευάζουμε τα τετράγωνα  $AM\Gamma\Delta$  και  $BMEZ$ . Πού πρέπει να βρίσκεται το σημείο  $M$ , ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων να γίνει ελάχιστο;

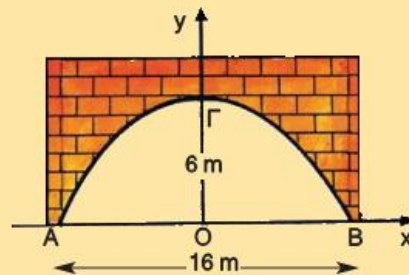
- 8** Από το μπαλκόνι ενός σπιτιού και από ύψος 6 m από το έδαφος πετάμε μία μπάλα, η οποία διαγράφει παραβολική τροχιά με μέγιστο ύψος από το έδαφος 8 m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν η μπάλα προσκρούσει στο έδαφος σ' ένα σημείο που απέχει 6 m από το πεζοδρόμιο, τότε:

- α)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της τροχιάς της μπάλας στο σύστημα αξόνων που φαίνεται στο σχήμα είναι  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ , με  $0 \leq x \leq 6$ .
- β)** Ποια ήταν η απόσταση της μπάλας από το σημείο ρίψης όταν κατά την κάθοδό της βρισκόταν και πάλι σε ύψος 6 m από το έδαφος;



- 9** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κάθετη τομή μιας σήραγγας που κατασκευάστηκε σε σχήμα παραβολής με μέγιστο πλάτος  $AB = 16$  m και μέγιστο ύψος  $OG = 6$  m.

- α)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της παραβολής στο σύστημα αξόνων του σχήματος είναι  $y = -\frac{3}{32}x^2 + 6$ , με  $-8 \leq x \leq 8$ .



- β)** Ποιο είναι το μέγιστο ύψος ενός φορτηγού που μπορεί να διασχίσει τη σήραγγα, όταν το πλάτος του φορτηγού είναι 3,2 m και ο δρόμος είναι μιας κατεύθυνσης.