ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

I.

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Α, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Ψ, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής, αιτιολογώντας συγχρόνως την απάντησή σας.

1. Αν $f(x)=\ln x$ και $g(x)=e^{-x}$, τότε

α) $(g\circ f)(x)=\dfrac{1}{x}, \quad x\in\mathbb{R}^*$ — Α Ψ

β) $(f\circ g)(x)=-x, \quad x\in\mathbb{R}$ — Α Ψ

2. Αν $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=l\in\mathbb{R}$, τότε $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$. — Α Ψ

3. Είναι $\lim\limits_{x\to 0}\left[x\left(\dfrac{1}{x^2+x}\right)\right]=\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2+x}=0\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2+x}=0$. — Α Ψ

4. Αν $f(x)>1$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ και υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$, τότε κατ' ανάγκη $\lim\limits_{x\to 0}f(x)>1$. — Α Ψ

5. Ισχύει: α) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\eta\mu\dfrac{1}{x}\right)=1$ — Α Ψ

β) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\eta\mu x}{x}=1$. — Α Ψ

6. Αν $0 \le f(x) \le 1$ κοντά στο 0, τότε $\lim\limits_{x\to 0}(x^2 f(x)) = 0$. Α Ψ

7. Αν $f(x) \le \dfrac{1}{x^2}$, $x \in (\alpha, +\infty)$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$. Α Ψ

8. Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 6}(f(x)g(x))$, τότε είναι ίσο με $f(6)\cdot g(6)$. Α Ψ

9. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} |f(x)| = 1$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 1$ ή $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = -1$. Α Ψ

10. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} |f(x)| = 0$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$. Α Ψ

11. Αν η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$ και για $x \neq 4$ ισχύει $f(x) = \dfrac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}$, τότε το $f(4)$ είναι ίσο με 1. Α Ψ

12. Αν η f είναι συνεχής στο $[-1, 1]$ και $f(-1) = 4$, $f(1) = 3$, τότε υπάρχει πραγματικός αριθμός $x_0 \in (-1, 1)$ τέτοιος, ώστε $f(x_0) = \pi$. Α Ψ

II.

Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις

1. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = l$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = m$, $l, m \in \mathbb{R}$ και $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0, τότε κατ' ανάγκη θα είναι:

Α) $l < m$ Β) $l \le m$ Γ) $l \ge m$

Δ) $l = m$ Ε) $m < l$.

2. Το όριο $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(1-2x^2)^3}{(x^2+1)^3}$ είναι ίσο με:

Α) 8 Β) 1 Γ) 0 Δ) $+\infty$ Ε) -8.

3. Το $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{|x^3 - x^2 - 1| - x^3 + x^2}{x^2}$ είναι ίσο με:

Α) $+\infty$ Β) $-\infty$ Γ) 1 Δ) -1 Ε) 0.

4. Αν το $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{x^3-x^2-2x}{x^3-x}$ δεν υπάρχει, τότε:

Α) $x_0=0$ Β) $x_0=2$ Γ) $x_0=-1$ Δ) $x_0=1$.

III.

1. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+1 \quad \text{και} \quad g(x)=\frac{1}{x^2-1}.$$

Από τους Παρακάτω ισχυρισμούς λάθος είναι ο:

Α) η g είναι συνεχής στο 2

Β) η f είναι συνεχής στο 1

Γ) η g έχει δυο σημεία στα οποία δεν είναι συνεχής

Δ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$.

2. Ποια από τα παρακάτω όρια είναι καλώς ορισμένα;

Α) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x^{20}-x+1}$ Β) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x^{20}-x-1}$

Γ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{3x^9+x-1}$ Δ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{3x^9+x-1}$

Ε) $\lim\limits_{x\to 0}[\ln(x^3+x+1)]$ ΣΤ) $\lim\limits_{x\to 0}[\ln(x^3+x-1)]$.

3. Δίνεται η συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο διάστημα $\Delta=[0,3]$, με $f(0)=2$, $f(1)=1$ και $f(3)=-1$.

Ποιος από τους παρακάτω ισχυρισμούς δεν προκύπτει κατ' ανάγκη από τις υποθέσεις;

Α) Υπάρχει $x_0\in(0,3)$ τέτοιος, ώστε $f(x_0)=0$.

Β) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=-1$.

Γ) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)$.

Δ) $[-1,2]\subseteq f(\Delta)$.

Ε) Η μέγιστη τιμή της f στο $[0,3]$ είναι το 2 και η ελάχιστη τιμή της το -1.