

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

I.

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Α, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Ψ, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής δικαιολογώντας συγχρόνως την απάντησή σας.

1. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[0,1]$, παραγωγίσιμη στο $(0,1)$ και $f'(x) \neq 0$ για όλα τα $x \in (0,1)$, τότε $f(0) \neq f(1)$. Α Ψ

2. Αν η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο $[a, \beta]$ με $f(\beta) < f(a)$, τότε υπάρχει $x_0 \in (a, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f'(x_0) < 0$. Α Ψ

3. Αν οι f, g είναι συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο $[a, \beta]$, με $f(a) = g(a)$ και $f(\beta) = g(\beta)$, τότε υπάρχει $x_0 \in (a, \beta)$ τέτοιο, ώστε στα σημεία $A(x_0, f(x_0))$ και $B(x_0, g(x_0))$ οι εφαπτόμενες να είναι παράλληλες. Α Ψ

4. Αν $f'(x) = (x-1)^2(x-2)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε:
 - α) το $f(1)$ είναι τοπικό μέγιστο της f Α Ψ
 - β) το $f(2)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f Α Ψ

5. α) Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης άρτιου βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη. Α Ψ

 β) Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης περιττού βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη. Α Ψ

6. Η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + bx^2 + \gamma x + \delta$ με $a, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ και $a \neq 0$ έχει πάντα ένα σημείο καμπής. Α Ψ

7. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν στο x_0 σημείο καμπής, τότε και η $h = f \cdot g$ έχει στο x_0 σημείο καμπής. Α Ψ

8. Δίνεται ότι η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο \mathbb{R} και ότι η γραφική της παράσταση είναι πάνω από τον άξονα $x'x$. Αν υπάρχει κάποιο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ της C_f του οποί-

ου η απόσταση από τον άξονα $x'x$ είναι μέγιστη (ή ελάχιστη), τότε σε αυτό το σημείο η εφαπτομένη της C_f είναι οριζόντια.

A Ψ

9. Η ευθεία $x=1$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

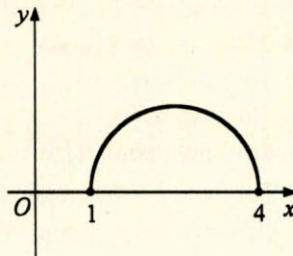
α) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1}$

A Ψ

β) $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)^2}$

A Ψ

10. Αν γραφική παράσταση της συνάρτησης f δίνεται από το παρακάτω σχήμα, τότε:



i) το πεδίο ορισμού της $\frac{1}{f'}$ είναι το $(1, 4)$

A Ψ

ii) το πεδίο ορισμού της $\frac{1}{f'}$ είναι το $[1, 4]$

A Ψ

iii) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (1, 4)$

A Ψ

iv) υπάρχει $x_0 \in (1, 4) : f'(x_0) = 0$.

A Ψ

11. Η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x + 1$ έχει:

α) μια, τουλάχιστον, ρίζα στο $(0, 1)$

A Ψ

β) μια, ακριβώς, ρίζα στο $(-1, 0)$

A Ψ

γ) τρεις πραγματικές ρίζες

A Ψ

12. Αν για τις παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} συναρτήσεις f, g ισχύουν $f(0) = 4$, $f'(0) = 3$, $f'(5) = 6$, $g(0) = 5$, $g'(0) = 1$, $g'(4) = 2$, τότε $f \circ g'(0) = (g \circ f)'(0)$

A Ψ

II.

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση

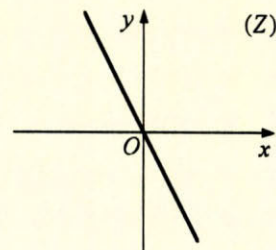
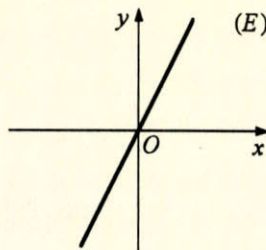
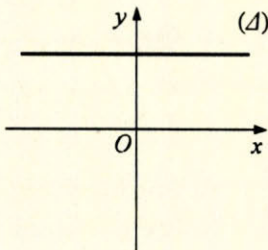
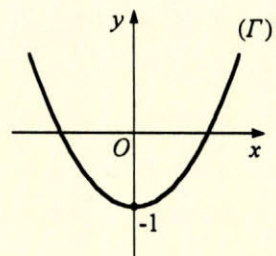
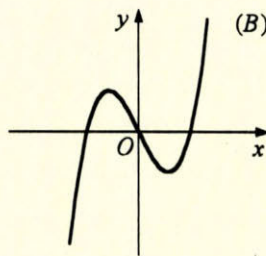
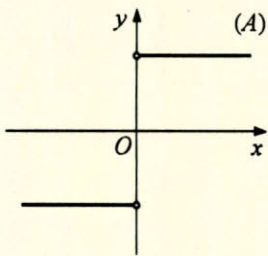
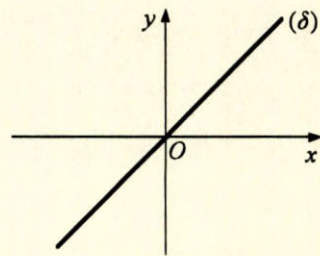
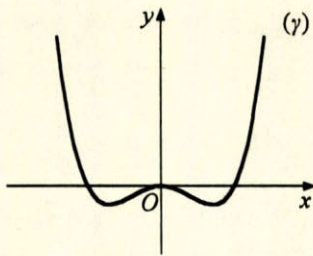
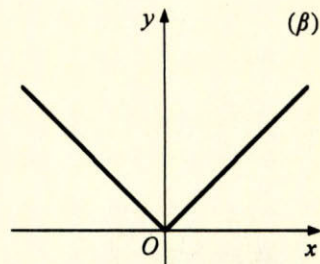
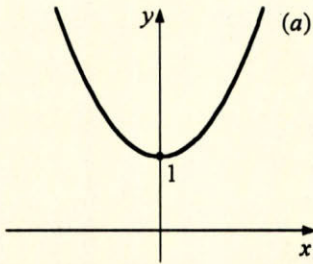
1. Το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{6}+h\right) - \varepsilon\phi\frac{\pi}{6}}{h}$ ισούται με:
- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ Γ) $\sqrt{3}$ Δ) 0 E) $\frac{3}{4}$.
2. Το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$ ισούται με:
- A) $\frac{1}{x^2}$ B) $-\frac{2}{x^2}$ Γ) $-\frac{1}{x^2}$ Δ) $-\frac{2}{x}$ E) 0
3. Αν $f(x) = 5^{3x}$ τότε η $f'(x)$ ισούται με:
- A) $3x5^{3x-1}$ B) $\frac{5^{3x}}{3 \ln 5}$ Γ) $3 \cdot 5^{2x}$
 Δ) $3 \cdot 5^{3x}$ E) $5^{3x} \ln 125$
4. Αν $f(x) = \sigma\upsilon\nu^3(x+1)$ τότε η $f'(\pi)$ ισούται με:
- A) $3\sigma\upsilon\nu^3(\pi+1)\eta\mu(\pi+1)$ B) $3\sigma\upsilon\nu^2(\pi+1)$
 Γ) $-3\sigma\upsilon\nu^2(\pi+1)\eta\mu(\pi+1)$ Δ) $3\pi\sigma\upsilon\nu^2(\pi+1)$
5. Αν $f(x) = (x^2 - 1)^3$ τότε η έβδομη παράγωγος αυτής στο 0 ισούται με:
- A) 1 B) -1 Γ) 0
 Δ) 27 E) δεν υπάρχει.
6. Αν οι εφαπτόμενες των συναρτήσεων $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 2x^2$ στα σημεία με τετμημένη x_0 είναι παράλληλες, τότε το x_0 είναι:
- A) 0 B) $\frac{1}{4}$ Γ) $\frac{1}{2}$ Δ) 1 E) 2.
7. Αν $f(x) = e^{\beta x}$, $g(x) = e^{\alpha x}$ και $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{g'(x)}$, τότε το β ως συνάρτηση του α ισούται με:
- A) $\frac{\alpha-1}{\alpha^2}$ B) $\frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ Γ) $\frac{\alpha+1}{\alpha^2}$
 Δ) $\frac{\alpha^2}{\alpha^2-1}$ E) $\frac{\alpha^2}{\alpha-1}$.
8. Αν $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in [-1, 1]$ και $f(0) = 0$, τότε:
- A) $f(1) = -1$ B) $f(-1) > 0$

$\Gamma) f(1) > 0$

$\Delta) f(-1) = 0$

III.

1. Να αντιστοιχίσετε καθεμιά από τις συναρτήσεις $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ σε εκείνη από τις συναρτήσεις A, B, Γ, Δ, E, Z που νομίζετε ότι είναι η παράγωγός της.



2. Καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις να αντιστοιχίσετε στην ευθεία που είναι ασύμπτωτη της γραφικής της παράστασης στο $+\infty$.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$

2. $f(x) = -x + 1 + \frac{1}{e^x}$

3. $f(x) = 2 + \frac{3}{x-2}$

ΑΣΥΜΠΤΩΤΗ

Α. $y = 2$

Β. $y = x - 1$

Γ. $y = -x + 1$

Δ. $y = x$

Ε. $y = -x$