

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο:

A) Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) δίπλα από κάθε πρόταση:

1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{x}, x \in \mathbb{R}^*$ τέμνει τον $x'x$ σε ένα σημείο.

2. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 3} [\ln(x-2) + \sin(x\pi)] = -1$

3. Η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1}{x}, x > 0$ έχει παράγωγο συνάρτηση την:

$$f'(x) = \frac{1}{x}, x > 0$$

(Μονάδες 6)

B) Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις στις περιπτώσεις (2) και (3) του A) ερωτήματος

(Μονάδες 10)

Γ) Δίνεται η συνάρτηση $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη και c ένας σταθερός αριθμός. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$: $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

(14 μονάδες)

ΖΗΤΗΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{a}{x} + \beta x^2, x \in \mathbb{R}^*$.

I) Να βρείτε την $f'(x)$. (10 μονάδες)

II) Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(1,5)$ και ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο A είναι 4, να προσδιορίσετε τα a και β . (10 μονάδες)

III) Αν $a = 2$ και $\beta = 3$ να βρείτε την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης. (10 μονάδες)

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

Ένας αγρότης έχει συρματοπλέγμα μήκους $200m$ για να περιφράξει από τις τρεις πλευρές ένα χώρο σήματος ορθογωνίου. Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος. Η μια διάσταση του ορθογωνίου είναι $x m$. Να βρείτε:

I) την άλλη διάσταση του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x (10 μονάδες)

II) το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x (10 μονάδες)

III) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $E(x)$ (10 μονάδες)

IV) τις διαστάσεις του ορθογωνίου ώστε αυτό να έχει το μέγιστο εμβαδόν.
(10 μονάδες)

χρονική στιγμή $t = 2sec$.

