

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

Διαγώνισμα στα Διανύσματα

ΘΕΜΑ 1°

1.Β. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση

1. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{i} = 3\vec{i} - \frac{2}{\sqrt{3}}\vec{j}$. Παράλληλο προς αυτό είναι το διάνυσμα

A. $3\vec{i} - 2\sqrt{3}\vec{j}$ B. $-9\vec{i} + 2\sqrt{3}\vec{j}$ Γ. $\vec{i} + 3\vec{j}$

Δ. $-\vec{i} + 3\vec{j}$ Ε. κανένα από τα παραπάνω.

2. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ και με $|\kappa \vec{a}| > 10$, $\kappa \in \mathbb{R}$. Για τον $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει

A. $\kappa > \frac{1}{2}$ B. $\kappa < -\frac{1}{2}$ Γ. $-2 < \kappa < 2$

Δ. $|\kappa| > 2$ Ε. κανένα από τα προηγούμενα

3. Το διάνυσμα $\vec{a} = (5, -3)$ έχει αρχή το σημείο $(-2, 4)$. Πέρας του είναι το σημείο

A. $(-3, 1)$ B. $(3, 1)$ Γ. $(-3, -1)$ Δ. $(3, -1)$ Ε. $(7, 1)$

4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = [\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)(\lambda + 3)(\lambda + 4) + 5, 3]$ και $\vec{b} = (10, 6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Πόσες τιμές του λ κάνουν τα $\vec{a}$ και $\vec{b}$ συγγραμμικά;

A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 4 Ε. 5

(20 μονάδες)

Βασίλης Γκιμίσης

1.B. Έστω $\vec{\alpha} = x_1, y_1$ και $\vec{\beta} = x_2, y_2$ δύο διανύσματα καρτεσιανού επιπέδου

α) Να εκφράσετε (χωρίς απόδειξη) το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ συναρτήσει των συντεταγμένων τους.

Μονάδες 5

β) Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha} = x_1, y_1$ και $\vec{\beta} = x_2, y_2$

είναι μη μηδενικά και θ είναι η γωνία των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

να αποδείξετε ότι: $\cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τέσσερα σημεία O, A, B, Γ τέτοια ώστε τα O, A, B δεν είναι συνευθειακά. Να δείξετε ότι αν και τότε τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω A, B, Γ, Δ σημεία ενός επιπέδου και M, N τα μέσα των ΑΓ και ΒΔ αντιστοίχως.

α) Να γράψετε με τη μορφή ενός διανύσματος τα αθροίσματα,

και να αποδείξετε ότι.

Μονάδες 10

β) Ποια συνθήκη πρέπει να ικανοποιείται μεταξύ των διανυσμάτων και

ώστε ;

Μονάδες 5

γ) Ποια συνθήκη πρέπει να ικανοποιούνται τα και ώστε ; Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δίνεται ότι

$|\vec{\alpha}|=1$, $|\vec{\beta}|=2$ και γωνία $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right)=\frac{\pi}{3}$ Έστω τα διανύσματα

$$\vec{u}=2\cdot\vec{\alpha}+3\cdot\vec{\beta} \quad \text{και} \quad \vec{v}=\vec{\alpha}-2\cdot\vec{\beta}$$

Να υπολογίσετε:

α. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$

Μονάδες 10

β. τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$

Μονάδες 10

γ. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u}$ και $\vec{v}$

Μονάδες 10

δ. το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$

Μονάδες 10