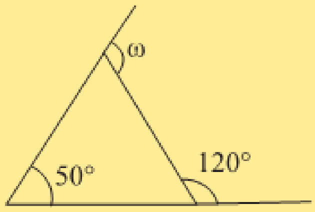
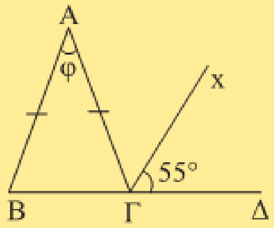
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. *Να υπολογίσετε τη γωνία ω στο παρακάτω σχήμα.*



2. *Αν $ΑΒ = ΑΓ$ και Γx διχοτόμος της $Α\hat{Γ}Δ$, να υπολογίσετε τη γωνία φ (βλ. σχήμα).*



3. *Υπάρχει κυρτό ν-γωνο τέτοιο, ώστε το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών του να ισούται με το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών του;*

4. *Να εξηγήσετε γιατί αν ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει μια γωνία 60° είναι ισόπλευρο.*

5. *Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι:*

α) 180°   β) 270°   γ) 360°   δ) 540°

ε) κανένα από τα παραπάνω

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

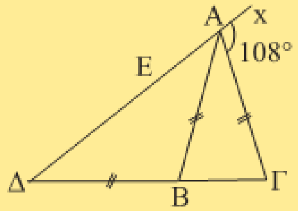
1. *Σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ μιας άλλης γωνίας του. Να υπολογισθούν όλες οι γωνίες του (δύο περιπτώσεις).*

2. *Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($ΑΒ = ΑΓ$) είναι $\hat{Α} = \frac{\hat{Β}}{2}$. Αν Ι το έγκεντρο του τριγώνου να υπολογισθεί η γωνία $Β\hat{Ι}Γ$. (Εφαρμογή 2 – § 4.8)*

3. *Σε τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία $\hat{Α}$ είναι τριπλάσια της γωνίας $\hat{Β}$. Αν $\hat{Γ}_{εξ} = 144°$ να βρεθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του.*

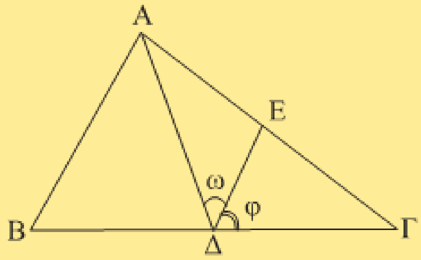
4. *Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$) και το ύψος του ΑΔ. Να αποδείξετε ότι $\hat{Β} = Δ\hat{Α}Γ$ και $\hat{Γ} = Δ\hat{Α}Β$.*

5. *Στο παρακάτω σχήμα είναι:*



$ΑΒ = ΑΓ = ΔΒ$ και $x\hat{Α}Γ = 108°$.
Να υπολογισθεί η γωνία $\hat{Δ}$.

6. *Στο παρακάτω σχήμα είναι: $\hat{Α} = 90°$, ΑΔ διχοτόμος, ΔΕ//ΑΒ. Αν η γωνία $\hat{Β}$ είναι 20° μεγαλύτερη από τη $\hat{Γ}$ να υπολογίσετε τις γωνίες ω και φ.*



7. *Το άθροισμα των γωνιών κυρτού πολυγώνου είναι 900°. Να βρεθεί το πλήθος των πλευρών του.*

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{Β}_{εξ} = 90° + \frac{\hat{Α}}{2}$. Να αποδείξετε ότι $ΑΒ = ΑΓ$.*

2. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{Β} > \hat{Γ}$ και η διχοτόμος του ΑΔ. Να αποδείξετε ότι*

i) $Α\hat{Δ}Γ - Α\hat{Δ}Β = \hat{Β} - \hat{Γ}$,

ii) $Α\hat{Δ}Β = 90° - \frac{\hat{Β} - \hat{Γ}}{2}$, $Α\hat{Δ}Γ = 90° + \frac{\hat{Β} - \hat{Γ}}{2}$.

3. *Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{Β} > \hat{Γ}$ φέρουμε το ύψος ΑΔ και τη διχοτόμο ΑΕ. Να αποδείξετε ότι $Δ\hat{Α}Ε = \frac{\hat{Β} - \hat{Γ}}{2}$.*

4. *Αν οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{Α}$, $\hat{Β}$ κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ τέμνονται σε σημείο Ε, να αποδείξετε ότι $Α\hat{Ε}Β = \frac{\hat{Γ} + \hat{Δ}}{2}$.*

5. *Από τυχαίο σημείο Δ της βάσης ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ φέρουμε τη $ΔΕ \perp ΑΓ$. Να αποδείξετε ότι $\hat{Α} = Ε\hat{Δ}Γ$.*

6. *Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$) το ύψος του ΑΔ και η διχοτόμος του ΒΖ τέμνονται σε σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές.*

7. *Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}$ = 90°). Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την ΑΓ στο Ζ και την κάθετη στη ΒΓ στο σημείο Γ, στο Η. Να αποδείξετε ότι ΖΓ = ΓΗ.*

Σύνθετα Θέματα

1. *Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και τυχαίο σημείο Δ της πλευράς ΑΒ. Στην προέκταση της ΓΑ προς το Α, παίρνουμε τμήμα ΑΕ = ΑΔ. Να αποδείξετε ότι ΔΕ⊥ΒΓ.*

2. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} > \hat{\Gamma}$ και η διχοτόμος του ΑΔ. Από την κορυφή Β φέρουμε ευθεία κάθετη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Να αποδείξετε ότι* $E\hat{B}\Gamma = \dfrac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$.

3. *Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε την υποτείνουσα ΓΒ κατά τμήμα ΒΔ = ΑΒ. Φέρουμε κάθετη στη ΒΓ στο σημείο Γ και παίρνουμε σε αυτή -προς το μέρος του Α- τμήμα ΓΕ = ΑΓ. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Α, Ε είναι συνευθειακά.*

4. *Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και το ύψος του ΒΔ. Φέρουμε ΔΗ⊥ΑΒ, που τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Ε. Να αποδείξετε ότι:*
i) ΒΔ = ΔΕ, ii) ΒΓ > ΓΕ.

5. *Σε τρίγωνο ΑΒΓ, προεκτείνουμε τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ, προς το μέρος των κορυφών και επί των προεκτάσεων παίρνουμε τμήματα ΒΖ=ΑΓ και ΓΗ=ΑΒ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι*
i) ΑΖ=ΑΗ, ii) ΑΖ⊥ΑΗ.

6. *Θεωρούμε τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $\hat{A} > \hat{\Gamma}$ και ονομάζουμε φ την οξεία γωνία των διχοτόμων των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Delta}$. Να αποδείξετε ότι* $\varphi = \dfrac{\hat{A} - \hat{\Gamma}}{2}$.

7. *Δύο επίπεδα κάτοπτρα K_1,K_2 είναι κάθετα. Φωτεινή ακτίνα α προσπίπτει αρχικά στο K_1 και μετά την ανάκλαση στο K_2, εξέρχεται κατά την ακτίνα β. Τι πορεία θα ακολουθήσει, σε σχέση με την αρχική ακτίνα α;*