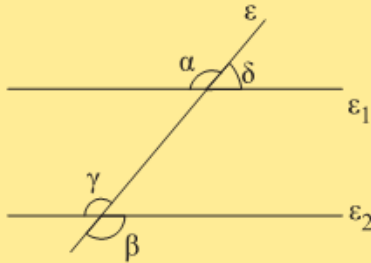


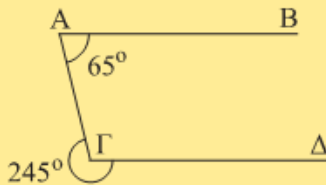
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

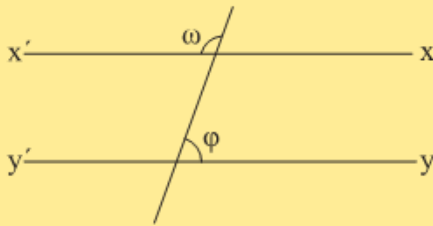
1. i) Πώς ονομάζονται οι γωνίες α και β του παρακάτω σχήματος; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους;
 ii) Τι ισχύει για τις γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$;



2. Να εξηγήσετε γιατί η AB είναι παράλληλη της $\Gamma\Delta$.



3. Αν $\omega = 120^\circ - \theta$ και $\varphi = 60^\circ + \theta$ να εξηγήσετε γιατί



4. Να αναφέρετε πέντε (5) τρόπους για να αποδείξουμε ότι δύο ευθείες είναι παράλληλες.
 5. Δύο οξείες γωνίες που έχουν τις πλευρές τους παράλληλες είναι:
 i) συμπληρωματικές,
 ii) ίσες,
 iii) παραπληρωματικές,
 iv) κανένα από τα παραπάνω.
 Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

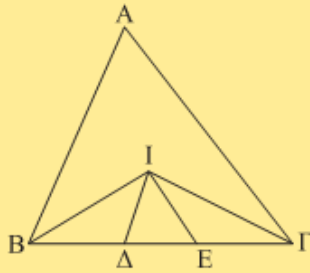
1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και ευθεία ϵ παράλληλη προς τη βάση του $B\Gamma$, που τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα Δ και E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔE είναι ισοσκελές.
 2. Δίνεται γωνία $\chi\hat{O}\gamma$ και σημείο A της διχοτόμου της. Αν η παράλληλη από το A προς την $O\chi$ τέμνει την $O\gamma$ στο B , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ισοσκελές.
 3. Δίνεται γωνία $\chi\hat{O}\gamma$ και η διχοτόμος της $O\Delta$. Από σημείο A της $O\gamma$ φέρουμε παράλληλη προς την $O\Delta$ που τέμνει την προέκταση της $O\chi$ στο B . Να αποδείξετε ότι $OA = OB$.
 4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και σημείο Δ της πλευράς AB . Αν ο κύκλος $(\Delta, \Delta B)$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο E , να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel A\Gamma$.
 5. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA , ΓA τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα: $A\Delta = AB$ και $A\epsilon = A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel B\Gamma$.
 6. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και M το μέσο χορδής του AB . Φέρουμε $O\chi \perp OM$. Να αποδείξετε ότι $O\chi \parallel AB$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσος του AM . Φέρουμε $\Gamma\chi \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτή τμήμα $\Gamma\Delta = AB$. Να αποδείξετε ότι η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $M\hat{A}\Gamma$.
 2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Από την κορυφή B φέρουμε $BE \parallel A\Delta$ που τέμνει την προέκταση της ΓA στο E . Να αποδείξετε ότι $E\Gamma = AB + A\Gamma$.
 3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η εξωτερική διχοτόμος του $A\chi$. Από την κορυφή B φέρουμε $B\Delta \parallel A\chi$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ . Να αποδείξετε ότι $\Delta\Gamma = A\Gamma - AB$.
 4. Από το έγκεντρο I , τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε ευθεία παράλληλη της $B\Gamma$ που τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα σημεία

Δ και E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\Delta E = B\Delta + \Gamma E$.

5. Από το έγκεντρο I τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε $I\Delta // AB$ και $IE // A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔIE ισούται με τη $B\Gamma$.



Σύνθετα θέματα

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος του $B\Delta$ και η εξωτερική διχοτόμος του Bx . Θεωρούμε δύο σημεία E και K της πλευράς AB . Αν ο κύκλος (E, EB) τέμνει τη $B\Delta$ στο Z , ενώ ο κύκλος (K, KB) τέμνει τη Bx στο M , να αποδείξετε ότι $EZ // MK$.

2. Από τα άκρα ευθύγραμμου τμήματος AB φέρουμε προς το ίδιο ημιεπίπεδο δύο παράλληλες ημιευθείες Ax και By . Παίρνουμε Γ τυχαίο σημείο του AB , και στις Ax, By τα σημεία Δ και E αντίστοιχα, ώστε $A\Delta = A\Gamma$ και $BE = B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι η γωνία $\Delta\Gamma E$ είναι ορθή.

3. Από το παράκεντρο I_a τριγώνου $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ φέρουμε παράλληλη στην AB , που τέμνει τις πλευρές $B\Gamma$ και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\Delta E = AE - B\Delta$.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και M σημείο της πλευράς $B\Gamma$. Από το M φέρουμε παράλληλη προς τη διχοτόμο $A\Delta$ της γωνίας \hat{A} , που τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

i) Το τρίγωνο EAZ είναι ισοσκελές.

ii) $BE + \Gamma Z = \text{σταθερό}$.

iii) Αν M μέσο της $B\Gamma$ τότε:

$$\alpha) BE = \Gamma Z = \frac{A\Gamma + AB}{2},$$

$$\beta) AE = AZ = \frac{A\Gamma - AB}{2}.$$

