ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ – ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

1. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Η **γενική μορφή** μιας εξίσωσης πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο είναι $αx + β = 0$ με $α \neq 0$, π.χ. $3x + 18 = 0$
- **Λύση** ή **ρίζα** μιας εξίσωσης είναι η τιμή του αγνώστου που την επαληθεύει. Π.χ. ο αριθμός $x = -6$ είναι λύση της εξίσωσης $3x + 18 = 0$, αφού $3 \cdot (-6) + 18 = 0$.
- Η εξίσωση $αx + β = 0$

Συμπεράσματα από τη λύση της εξίσωσης $αx + β = 0$			Παραδείγματα
$α \neq 0$		έχει μοναδική λύση την $x = -\dfrac{β}{α}$	$4x + 3 = 0$ ή $4x = -3$ ή $x = -\dfrac{3}{4}$
$α = 0$	$β \neq 0$	δεν έχει λύση (αδύνατη)	$0x = 2$ (αδύνατη)
	$β = 0$	έχει λύση κάθε αριθμό (ταυτότητα)	$0x = 0$ (ταυτότητα)

2. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Η **γενική μορφή** μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού με έναν άγνωστο είναι $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$, π.χ. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ με $α = 2$, $β = -5$ και $γ = 3$
- Η εξίσωση $x^2 = α$

Συμπεράσματα από τη λύση της εξίσωσης $x^2 = α$		Παραδείγματα
$α > 0$	έχει δύο λύσεις τις $x = \sqrt{α}$ και $x = -\sqrt{α}$	$x^2 = 2$ άρα $x = \sqrt{2}$ ή $x = -\sqrt{2}$
$α < 0$	δεν έχει λύση (αδύνατη)	$x^2 = -4$ (αδύνατη)
$α = 0$	έχει μία λύση τη $x = 0$ (διπλή)	$x^2 = 0$ άρα $x = 0$ (διπλή λύση)

- Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$

Διακρίνουσα $Δ = β^2 - 4αγ$	Συμπεράσματα από τη λύση της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$	
	$Δ > 0$	έχει δύο άνισες λύσεις, τις $x = \dfrac{-β+\sqrt{Δ}}{2α}$ και $x = \dfrac{-β-\sqrt{Δ}}{2α}$
	$Δ = 0$	έχει μία διπλή λύση, την $x = -\dfrac{β}{2α}$
	$Δ < 0$	δεν έχει λύση (αδύνατη)

- Παραγοντοποίηση τριωνύμου:
  Αν $ρ_1$, $ρ_2$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$, τότε $αx^2 + βx + γ = α(x - ρ_1)(x - ρ_2)$

3. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- **Κλασματική εξίσωση** ονομάζεται η εξίσωση που περιέχει ένα τουλάχιστον κλάσμα με άγνωστο στον παρονομαστή.
- Ένας αριθμός που μηδενίζει κάποιον παρονομαστή μιας κλασματικής εξίσωσης δεν μπορεί να είναι λύση (ή ρίζα) της.

4. ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΜΕ ΕΝΑΝ ΑΓΝΩΣΤΟ

Ορισμός διάταξης:
Αν $α - β > 0$, τότε $α > β$
Αν $α - β < 0$, τότε $α < β$
Αν $α - β = 0$, τότε $α = β$

Ιδιότητες της διάταξης

- Αν $α > β$, τότε $α + γ > β + γ$ και $α - γ > β - γ$
- Αν $α > β$ και $γ > 0$, τότε $αγ > βγ$ και $\dfrac{α}{γ} > \dfrac{β}{γ}$
- Αν $α > β$ και $γ < 0$, τότε $αγ < βγ$ και $\dfrac{α}{γ} < \dfrac{β}{γ}$
- Αν $α > β$ και $γ > δ$, τότε $α + γ > β + δ$
- Αν $α > β$ και $β > γ$, τότε $α > γ$ (Μεταβατική ιδιότητα)
- Αν $α > β > 0$ και $γ > δ > 0$, τότε $αγ > βδ$

Παρατηρήσεις:

- Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $α^2 \geq 0$.
- Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $α^2 + β^2 = 0$, τότε $α = β = 0$.
- Δεν επιτρέπεται να αφαιρούμε ή να διαιρούμε ανισότητες κατά μέλη.