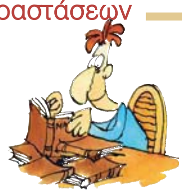

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ – ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ 1ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Α. ΜΟΝΩΝΥΜΑ – ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

- **Αλγεβρική Παράσταση** είναι μια έκφραση που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές
  π.χ. $2x^2 - 3xy + 4$
- **Αριθμητική Τιμή** μιας παράστασης είναι ο αριθμός που προκύπτει, αν αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές της με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις.
- **Μονώνυμο** λέγεται μια ακέραια αλγεβρική παράσταση στην οποία μεταξύ των αριθμών και των μεταβλητών της σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού.
  π.χ. $-3x^2y$ (*-3 συντελεστής, x^2y κύριο μέρος του μονώνυμου*).
- **Όμοια** λέγονται τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος, π.χ. $-3x^2y$, $7x^2y$, $-x^2y$

Πράξεις με μονώνυμα

– η **Πρόσθεση** και η **Αφαίρεση** μονωνύμων έχει σαν αποτέλεσμα μονώνυμο, εφόσον αυτά είναι όμοια.

Άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι ένα μονώνυμο όμοιο με αυτά, που έχει συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών τους.

π.χ. $2x^2y + 3x^2y - x^2y = 4x^2y$

Αναγωγή ομοίων όρων λέγεται η αντικατάσταση των ομοίων μονωνύμων με το άθροισμά τους. π.χ. $6x^2 + 2x - 4x^2 + 3x = 2x^2 + 5x$

– ο **Πολλαπλασιασμός** και η **Διαίρεση** μονωνύμων γίνονται είτε τα μονώνυμα είναι όμοια είτε όχι.

Γινόμενο μονωνύμων είναι ένα μονώνυμο με συντελεστή το γινόμενο των συντελεστών τους και κύριο μέρος το γινόμενο όλων των μεταβλητών τους, με εκθέτη καθεμιάς το άθροισμα των εκθετών τους. π.χ. $(3x^2y) \cdot (-2xy^3) = -6x^3y^4$

Πηλίκο δύο μονωνύμων είναι η αλγεβρική παράσταση που είναι γινόμενο του διαιρετέου με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

π.χ. $(-12x^4y) : (3x^2y) = -12x^4y \cdot \dfrac{1}{3x^2y} = \dfrac{-12x^4y}{3x^2y} = -4x^2$

- **Πολυώνυμο** λέγεται το άθροισμα μονωνύμων, που δύο τουλάχιστον από αυτά δεν είναι όμοια. π.χ. $3x^2y - 5xy + 2$ (Το μονώνυμα $3x^2y$, $5xy$, 2 λέγονται **όροι** του πολυωνύμου).

Πράξεις με πολυώνυμα

– **Για να προσθέσουμε - αφαιρέσουμε** πολυώνυμα βγάζουμε τις παρενθέσεις και κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

– **Για να πολλαπλασιάσουμε**

α) **μονώνυμο με πολυώνυμο** πολλαπλασιάζουμε το μονώνυμο με κάθε όρο του πολυωνύμου και στη συνέχεια κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

β) **πολυώνυμο με πολυώνυμο** πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο του ενός πολυωνύμου με κάθε όρο του άλλου και στη συνέχεια κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

– Αν έχουμε δύο πολυώνυμα **Δ**(x) και **δ**(x) με δ(x) ≠ 0 και κάνουμε τη διαίρεση Δ(x) : **δ**(x), τότε βρίσκουμε ένα μοναδικό ζεύγος πολυωνύμων **π**(x) και **υ**(x) για τα οποία ισχύει: $Δ(x) = δ(x)π(x) + υ(x)$ (*Ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης*) όπου το υ(x) ή είναι ίσο με μηδέν ή έχει βαθμό μικρότερο από το βαθμό του δ(x). Αν **υ(x) = 0**, τότε η διαίρεση λέγεται **τέλεια** και τα δ(x) και π(x) λέγονται **παράγοντες** ή **διαιρέτες** του Δ(x).

Β. ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

- Οι ισότητες που περιέχουν μεταβλητές και οι οποίες αληθεύουν για όλες τις τιμές των μεταβλητών τους ονομάζονται **ταυτότητες.**
  Αξιοσημείωτες ταυτότητες είναι:

Τετράγωνο αθροίσματος	$(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
Τετράγωνο διαφοράς	$(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
Κύβος αθροίσματος	$(\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
Κύβος διαφοράς	$(\alpha-\beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά	$(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = \alpha^2 - \beta^2$
Διαφορά κύβων	$(\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \alpha^3 - \beta^3$
Άθροισμα κύβων	$(\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = \alpha^3 + \beta^3$

Γ. ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

- **Παραγοντοποίηση** είναι ο μετασχηματισμός μιας παράστασης από άθροισμα σε γινόμενο. Η παραγοντοποίηση γίνεται σε παράσταση που υπάρχει:

Κοινός παράγοντας σ' όλους τους όρους	$\alpha x + \beta x = x(\alpha+\beta)$
Κοινός παράγοντας σε ομάδες όρων της παράστασης	$\alpha x + \alpha y + \beta x + \beta y =$ $= \alpha(x+y) + \beta(x+y) = (\alpha+\beta)(x+y)$
Διαφορά τετραγώνων	$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$
Άθροισμα – Διαφορά κύβων	$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$ $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$
Ανάπτυγμα τετραγώνου	$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2$ $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha-\beta)^2$
Τριώνυμο της μορφής $x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$	$x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = (x+\alpha)(x+\beta)$

Δ. ΡΗΤΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

- Μια αλγεβρική παράσταση που είναι κλάσμα με όρους πολυώνυμα, λέγετα **ρητή αλγεβρική παράσταση** ή απλώς **ρητή παράσταση.**

$$\text{π.χ. } \frac{2x^2 - 5}{x + 4}$$

Οι μεταβλητές μιας ρητής παράστασης δεν μπορούν να πάρουν τιμές που μηδενίζουν τον παρονομαστή. Για να απλοποιήσουμε μια ρητή αλγεβρική παράσταση, παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της και διαγράφουμε τον κοινό παράγοντα. Οι πράξεις με τις ρητές παραστάσεις γίνονται όπως και οι πράξεις των αριθμητικών κλασμάτων.