Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

9.1 - 9.2 Ορθές προβολές - Πυθαγόρειο θεώρημα

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1.Α. Να χαρακτηρίσετε με «Σ» (σωστό) ή «Λ» (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις.

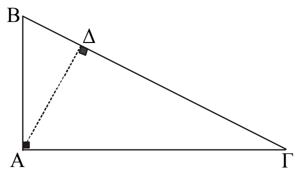
1. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $ΑΒ^2 = ΑΓ^2 + ΒΓ^2$, τότε το τρίγωνο είναι:

i. Ορθογώνιο με ορθή γωνία την Β **Σ Λ**

ii. Ορθογώνιο με ορθή γωνία την Α **Σ Λ**

iii. Ορθογώνιο με ορθή γωνία την Γ **Σ Λ**

2. Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος ισχύει:



i. $ΑΒ^2 = ΒΔ \cdot ΒΓ$ **Σ Λ**

ii. $ΑΓ^2 = ΑΒ \cdot ΑΔ$ **Σ Λ**

iii. $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ **Σ Λ**

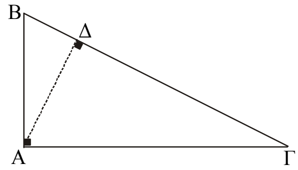
iv. $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΒΓ$ **Σ Λ**

v. $ΑΒ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ **Σ Λ**

vi. $ΑΓ^2 = ΔΓ \cdot ΒΓ$ **Σ Λ**

1.Β. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση (αφορά τις ερωτήσεις 3-7)

3. Οι παρακάτω σχέσεις αναφέρονται στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος. **Λανθασμένη** είναι η σχέση:



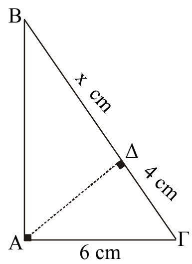
i. $Α Δ^2 = Β Δ \cdot Δ Γ$ **ii.** $Α Β^2 = Β Δ \cdot Β Γ$

iii. $Α Γ^2 = Β Δ \cdot Δ Γ$ **iv.** $Α Β^2 + Α Γ^2 = Β Γ^2$

v. $\dfrac{Α Β^2}{Α Γ^2} = \dfrac{Β Δ}{Δ Γ}$

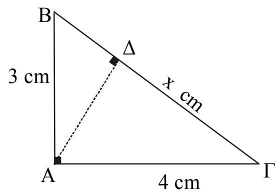
4. Στο διπλανό σχήμα η ΔΒ σε cm ισούται με:

i. 3 **ii.** 4 **iii.** 5 **iv.** 6 **v.** 7



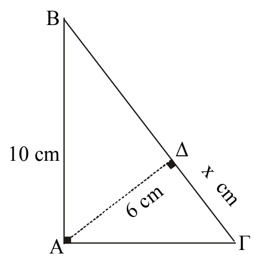
5. Στο διπλανό σχήμα η ΔΓ σε cm ισούται με:

i. 2 **ii.** 3 **iii.** 2,2 **iv.** 3,2 **v.** 3,5



6. Στο διπλανό σχήμα η ΔΓ σε cm ισούται με:

i. 5,5 **ii.** 8 **iii.** 4 **iv.** 5 **v.** 4,5



7. Αν το μήκος της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου είναι $\sqrt{5}α$, τότε τα μήκη των καθέτων πλευρών του θα μπορούσε να είναι:

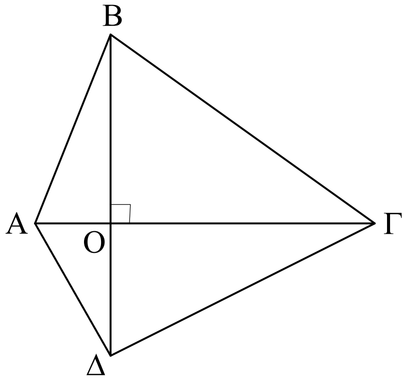
i. 3α, $\sqrt{2}α$ **ii.** α, $\sqrt{2}α$ **iii.** α, 2α **iv.** α, $\sqrt{5}α$ **v.** $\sqrt{3}α$, 2α

Πηγή: ΚΕΕ

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

8. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κάθετες διαγώνιους $\left(\mathrm{A\Gamma} \perp \mathrm{B\Delta}\right)$. Να αποδείξετε ότι:

$\mathrm{AB}^2 + \Gamma\Delta^2 = \mathrm{A}\Delta^2 + \mathrm{B}\Gamma^2$



9. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές 5α, 5β, 5γ είναι τρίγωνο ορθογώνιο.

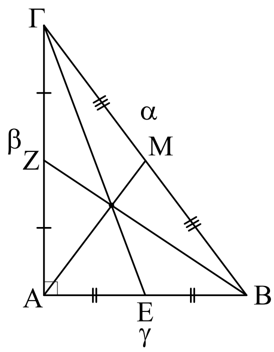
Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

10. Τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου ΑΒΓΔ έχουν λόγο $\sqrt{2}$.Να δείξετε ότι οι προβολές των κορυφών Α και Γ στη διαγώνιο ΒΔ, διαιρούν τη διαγώνιο αυτή σε 3 ίσα τμήματα.

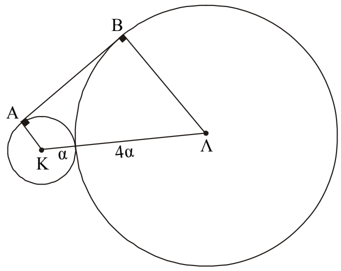
11. Να δείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\mathrm{A} = 90^{\mathrm{o}}$ ισχύει $\beta + \gamma \le \sqrt{2} \cdot \alpha$.

12. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{\mathrm{A}} = 90^{\mathrm{o}}\right)$. Να αποδείξετε ότι : $\mu_\alpha^2 + \mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = \frac{3}{2}\alpha^2$

($\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\gamma$ οι αντίστοιχες διάμεσοι)



13. Δύο κύκλοι με ακτίνες α και 4α εφάπτονται εξωτερικά, όπως στο σχήμα. Αν ΑΒ είναι η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων:



i. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΚΛΒ είναι τραπέζιο.
ii. Να υπολογίσετε το μήκος ΑΒ συναρτήσει του α.