

7. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

$$\begin{aligned} 7^{\delta} : 7^3 &= \frac{7^{\delta}}{7^3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \\ &= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5 = 7^{\delta-3} \end{aligned}$$

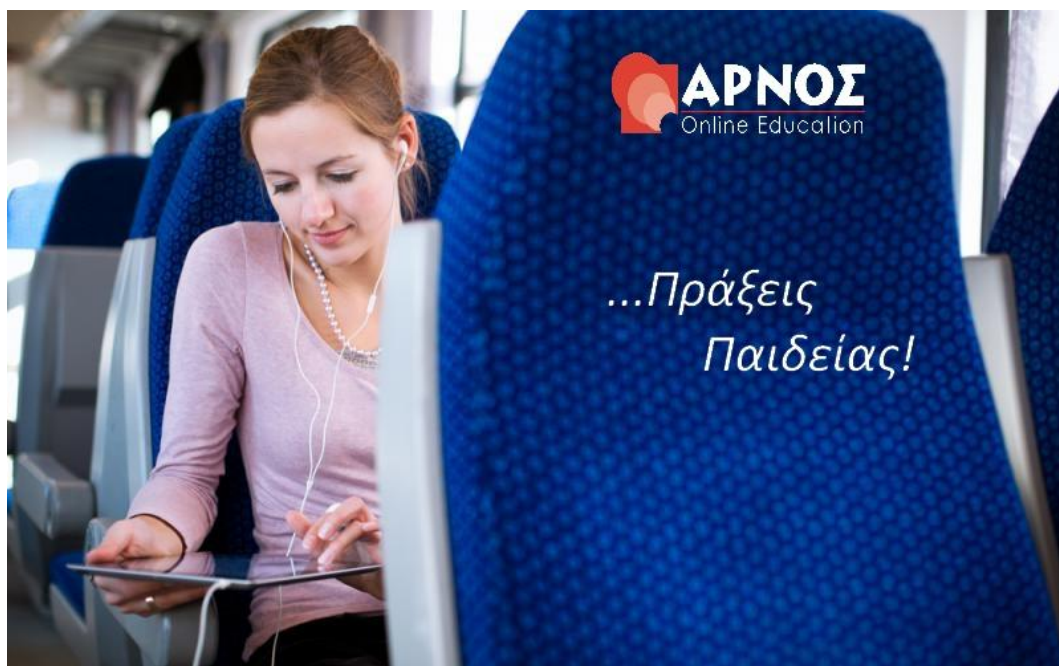
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

σχ. βιβλίο (σελ. 142)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 142)

7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

Άσκηση 1

Συμπλήρωσε τον πίνακα

α	β	γ	$(\alpha+\beta)^2$	$(\alpha\beta)^2$	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$	$(-\alpha)^{-2}$	$(\gamma\beta)^{-1}$
$\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{1}{5}$					
-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$					
10	-10	0,01					

Απάντηση

1^η γραμμή : $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = -2$, $\gamma = -\frac{1}{5}$

$$(\alpha + \beta)^2 = \left[\frac{1}{2} + (-2) \right]^2 = \left(\frac{1}{2} - 2 \right)^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{2} \right)^2 = \left(-\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$$

$$(\alpha \beta)^2 = \left[\frac{1}{2} \cdot (-2) \right]^2 = (-1)^2 = 1$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}}{-2} \right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{2}{1}} \right)^2 = \left(\frac{1}{-4} \right)^2 = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$(-\alpha)^{-2} = \frac{1}{(-\alpha)^2} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2} \right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$(\gamma \beta)^{-1} = \frac{1}{(\gamma \beta)^1} = \frac{1}{(-2)\left(-\frac{1}{5}\right)} = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} = 2,5$$

2^η γραμμή : $\alpha = -1$, $\beta = -\frac{1}{2}$, $\gamma = \frac{3}{2}$

$$(\alpha + \beta)^2 = \left[-1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$$

$$(\alpha \beta)^2 = \left[(-1)\left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{-1}{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2^2 = 4$$

$$(-\alpha)^{-2} = \frac{1}{(-\alpha)^2} = \frac{1}{(-(-1))^2} = \frac{1}{1^2} = 1$$

$$(\gamma \beta)^{-1} = \frac{1}{(\gamma \beta)^1} = \frac{1}{\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$$

3^η γραμμή : $\alpha = 10$, $\beta = -10$, $\gamma = 0,01$

$$(\alpha + \beta)^2 = [10 + (-10)]^2 = (10 - 10)^2 = 0^2 = 0$$

$$(\alpha \beta)^2 = [10(-10)]^2 = (-100)^2 = 10000$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{10}{-10}\right)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$(-\alpha)^{-2} = \frac{1}{(-\alpha)^2} = \frac{1}{(-10)^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$(\gamma \beta)^{-1} = \frac{1}{(\gamma \beta)^1} = \frac{1}{0,01(-10)} = \frac{1}{-0,1} = -10$$

α	β	γ	$(\alpha + \beta)^2$	$(\alpha \beta)^2$	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$	$(-\alpha)^{-2}$	$(\gamma \beta)^{-1}$
$\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{1}{5}$	+2,25	+1	+0,0625	+4	+2,5
-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	+2,25	+0,25	+0,25	+1	$-\frac{4}{3}$
10	-10	0,01	0	+10000	+1	+0,01	-10

Άσκηση 2

Υπολόγισε τις τιμές των παραστάσεων

$$A = (-1)^{-3} + (-1)^{-2} + (-1)^{-1} + (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2$$

$$B = [(-2)^2]^5 [(-3)^2]^{-2} + [(-23,5)^2 (23,5)^{-2}]^5$$

$$\Gamma = \frac{(-6)^{-5}}{12^{-5}} + \frac{16^{-4}}{(-32)^{-4}} - \frac{5^{-3}}{(-10)^{-3}}$$

Απάντηση

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{(-1)^3} + \frac{1}{(-1)^2} + \frac{1}{(-1)^1} + (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 = \\ &= \frac{1}{-1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{-1} + 1 + (-1) + 1 = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (-2)^{2 \cdot 5} (-3)^{2 \cdot (-2)} + (-23,5)^{2 \cdot 5} 23,5^{-2 \cdot 5} = (-2)^{10} (-3)^{-4} + (-23,5)^{10} 23,5^{-10} = \\ &= 2^{10} \cdot \frac{1}{(-3)^4} + 23,5^{10} \cdot 23,5^{-10} = \frac{2^{10}}{3^4} + 23,5^{10-10} = \frac{1024}{81} + 23,5^0 = \\ &= \frac{1024}{81} + 1 = \frac{1024}{81} + \frac{81}{81} = \frac{1105}{81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \left(\frac{-6}{12}\right)^{-5} + \left(\frac{16}{-32}\right)^{-4} - \left(\frac{5}{-10}\right)^{-3} = \left(\frac{12}{-6}\right)^5 + \left(\frac{-32}{16}\right)^4 - \left(\frac{-10}{5}\right)^3 = \\ &= (-2)^5 + (-2)^4 - (-2)^3 = -32 + 16 - (-8) = -32 + 16 + 8 = -8 \end{aligned}$$

Άσκηση 3

Βρες ποιος από τους αριθμούς $\frac{1}{10}$, $10^3 \cdot 5 \cdot 2$, $\frac{1}{10^3}$, $10^3 + 10^2$

δεν είναι δύναμη του 10

Απάντηση

$$\frac{1}{10} = 10^{-1} \text{ είναι δύναμη του } 10$$

$$10^3 \cdot 5 \cdot 2 = 10^3 \cdot 10 = 10^4 \text{ είναι δύναμη του } 10$$

$$\frac{1}{10^3} = 10^{-3} \text{ είναι δύναμη του } 10$$

$$10^3 + 10^2 = 1000 + 100 = 1100 \text{ δεν είναι δύναμη του } 10$$

Άσκηση 4

Συμπλήρωσε τον πίνακα

x	0,001	0,01	0,1	-10	-100	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{5}$
x^{-3}										
x^3										
x^{-1}										

Απάντηση

$$\text{Αν } x = 0,001 = 10^{-3} \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(10^{-3})^3} = \frac{1}{10^{-9}} = 10^9$$

$$x^3 = (10^{-3})^3 = 10^{-9} \text{ και } x^{-1} = (10^{-3})^{-1} = 10^3$$

$$\text{Αν } x = 0,01 = 10^{-2} \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(10^{-2})^3} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6$$

$$x^3 = (10^{-2})^3 = 10^{-6} \text{ και } x^{-1} = (10^{-2})^{-1} = 10^2$$

$$\text{Αν } x = 0,1 = 10^{-1} \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(10^{-1})^3} = \frac{1}{10^{-3}} = 10^3$$

$$x^3 = (10^{-1})^3 = 10^{-3} \text{ και } x^{-1} = (10^{-1})^{-1} = 10$$

$$\text{Αν } x = -10 \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(-10)^3} = \frac{1}{-10^3} = -10^{-3}$$

$$x^3 = (-10)^3 = -10^3 \text{ και } x^{-1} = (-10)^{-1} = \frac{1}{(-10)^1} = \frac{1}{-10} = -0,1$$

$$\text{Αν } x = -100 = -10^2 \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(-10^2)^3} = \frac{1}{-10^6} = -10^{-6}$$

$$x^3 = (-10^2)^3 = -10^6 \text{ και } x^{-1} = (-10^2)^{-1} = \frac{1}{(-10^2)^1} = \frac{1}{-10^2} = -0,01$$

$$\text{Αν } x = 2 \cdot 10^4 \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(2 \cdot 10^4)^3} = \frac{1}{2^3 \cdot 10^{12}} = \frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{10^{12}} = \frac{1}{8} \cdot 10^{-12} =$$

$$= 0,125 \cdot 10^{-12}$$

$$x^3 = (2 \cdot 10^4)^3 = 2^3 \cdot 10^{12} = 8 \cdot 10^{12} \text{ και}$$

$$x^{-1} = (2 \cdot 10^4)^{-1} = \frac{1}{(2 \cdot 10^4)^1} = \frac{1}{2 \cdot 10^4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10^4} = 0,5 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{Αν } x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ τότε } x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{(5 \cdot 10^{-3})^3} = \frac{1}{5^3 \cdot 10^{-9}} = \frac{1}{5^3} \cdot \frac{1}{10^{-9}} = \frac{1}{125} \cdot 10^9 =$$

$$= 0,008 \cdot 10^9$$

$$x^3 = (5 \cdot 10^{-3})^3 = 5^3 \cdot 10^{-9} = 125 \cdot 10^{-9} \text{ και}$$

$$x^{-1} = (5 \cdot 10^{-3})^{-1} = \frac{1}{(5 \cdot 10^{-3})^1} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{10^{-3}} = 0,2 \cdot 10^3$$

$$\text{Αν } x = \frac{1}{2} \text{ τότε } x^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

$$x^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ και } x^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$$

$$\text{Αν } x = \frac{3}{2} \text{ τότε } x^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

$$x^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8} \text{ και } x^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$$

$$\text{Αν } x = -\frac{1}{5} \text{ τότε } x^{-3} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = (-5)^3 = -125$$

$$x^3 = \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{5^3} = -\frac{1}{125} = -0,008 \text{ και } x^{-1} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = (-5)^1 = -5$$

x	0,001	0,01	0,1	-10	-100	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{5}$
x^{-3}	10^9	10^6	10^3	-10^{-3}	-10^{-6}	$0,125 \cdot 10^{-12}$	$8 \cdot 10^6$	8	$\frac{8}{27}$	-125
x^3	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	-10^3	-10^6	$8 \cdot 10^{12}$	$125 \cdot 10^{-9}$	0,125	$\frac{27}{8}$	-0,008
x^{-1}	10^3	10^2	10	-0,1	-0,01	$0,5 \cdot 10^{-4}$	200	2	$\frac{2}{3}$	-5

Άσκηση 5

Συμπλήρωσε τον πίνακα

•	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3
10^{-3}							
10^{-2}							
10^{-1}							
10^0							
10^1							
10^2							
10^3							

Απάντηση

1^η γραμμή : $10^{-3} \cdot 10^{-3} = 10^{-6}$, $10^{-3} \cdot 10^{-2} = 10^{-5}$, $10^{-3} \cdot 10^{-1} = 10^{-4}$, $10^{-3} \cdot 10^0 = 10^{-3}$
 $10^{-3} \cdot 10^1 = 10^{-2}$, $10^{-3} \cdot 10^2 = 10^{-1}$, $10^{-3} \cdot 10^3 = 10^0 = 1$

2^η γραμμή : $10^{-2} \cdot 10^{-3} = 10^{-5}$, $10^{-2} \cdot 10^{-2} = 10^{-4}$, $10^{-2} \cdot 10^{-1} = 10^{-3}$, $10^{-2} \cdot 10^0 = 10^{-2}$
 $10^{-2} \cdot 10^1 = 10^{-1}$, $10^{-2} \cdot 10^2 = 10^0 = 1$, $10^{-2} \cdot 10^3 = 10$

3^η γραμμή : $10^{-1} \cdot 10^{-3} = 10^{-4}$, $10^{-1} \cdot 10^{-2} = 10^{-3}$, $10^{-1} \cdot 10^{-1} = 10^{-2}$, $10^{-1} \cdot 10^0 = 10^{-1}$
 $10^{-1} \cdot 10^1 = 10^0 = 1$, $10^{-1} \cdot 10^2 = 10^1 = 10$, $10^{-1} \cdot 10^3 = 10^2$

4^η γραμμή : $10^0 \cdot 10^{-3} = 10^{-3}$, $10^0 \cdot 10^{-2} = 10^{-2}$, $10^0 \cdot 10^{-1} = 10^{-1}$, $10^0 \cdot 10^0 = 10^0 = 1$
 $10^0 \cdot 10^1 = 10^1 = 10$, $10^0 \cdot 10^2 = 10^2$, $10^0 \cdot 10^3 = 10^3$

5^η γραμμή : $10^1 \cdot 10^{-3} = 10^{-2}$, $10^1 \cdot 10^{-2} = 10^{-1}$, $10^1 \cdot 10^{-1} = 10^0 = 1$, $10^1 \cdot 10^0 = 10^1 = 10$
 $10^1 \cdot 10^1 = 10^2$, $10^1 \cdot 10^2 = 10^3$, $10^1 \cdot 10^3 = 10^4$

6^η γραμμή : $10^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-1}$, $10^2 \cdot 10^{-2} = 10^0 = 1$, $10^2 \cdot 10^{-1} = 10^1 = 10$, $10^2 \cdot 10^0 = 10^2$

$$10^2 \cdot 10^1 = 10^3, 10^2 \cdot 10^2 = 10^4, 10^2 \cdot 10^3 = 10^5$$

7^η γραμμή : $10^3 \cdot 10^{-3} = 10^0 = 1$, $10^3 \cdot 10^{-2} = 10^1 = 10$, $10^3 \cdot 10^{-1} = 10^2$, $10^3 \cdot 10^0 = 10^3$

$$10^3 \cdot 10^1 = 10^4, 10^3 \cdot 10^2 = 10^5, 10^3 \cdot 10^3 = 10^6$$

·	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3
10^{-3}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
10^{-2}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10
10^{-1}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2
10^0	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3
10^1	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3	10^4
10^2	10^{-1}	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5
10^3	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



...Πράξεις Παιδείας!