7. Ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου

6.5 Προβλήματα αναλογιών

σχ. βιβλίο (σελ. 105)

ΑΡΝΟΣ
Online Education

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία

Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 105)

6.5 Προβλήματα αναλογιών

Άσκηση 1

Ένας πάσσαλος με ύψος 1,2 m ρίχνει σκιά 3 m. Την ίδια στιγμή ένα δέντρο ρίχνει σκιά 14 m. Αν γνωρίζουμε ότι τα ποσά ύψος – σκιά είναι ανάλογα, να βρεθεί το ύψος του δέντρου.

Λύση

Έστω x το ύψος του δέντρου. Τότε έχουμε τον πίνακα

	πάσσαλος	δέντρο
ύψος	1,2	x
σκιά	3	14

Επειδή τα ποσά ύψος – μήκος σκιάς είναι ανάλογα, έχουμε $\frac{1,2}{3} = \frac{x}{14} \Leftrightarrow$

3x = 16,8 άρα x = 16,8 :3 = 5,6 m Άρα το ύψος του δένδρου είναι 5,6 m

Άσκηση 2

Το βάρος στο φεγγάρι και το βάρος στη γη είναι ποσά ανάλογα. Ένας αστροναύτης ζυγίζει στο φεγγάρι 13 kg και στη γη 78kg. Πόσο θα ζυγίζει στο φεγγάρι ένα παιδί που στη γη έχει βάρος 52 kg ;

Λύση

Έστω x το βάρος του παιδιού στο φεγγάρι τότε έχουμε τον πίνακα

	Αστροναύτης	Παιδί
Βάρος στη γη	78	52
Βάρος στο φεγγάρι	13	x

Αφού τα ποσά είναι ανάλογα, έχουμε $\frac{78}{13}=\frac{52}{x} \Leftrightarrow$

78x = 676 άρα x = 676:78 =8,6

Επομένως το παιδί θα ζυγίζει στο φεγγάρι 8,6 kg

Άσκηση 3

Από 100 kg σταφύλια βγαίνουν 80 μούστος. Ένας αμπελουργός θέλει να γεμίσει με μούστο 6 βαρέλια των 300kg το κάθε ένα. Πόσα κιλά σταφύλια της ίδιας ποιότητας πρέπει να πατήσει ;

Λύση

Πρώτα βρίσκουμε πόσο μούστο θα χρειαστεί για να γεμίσει τα 6 βαρέλια.

Θα χρειαστεί 6·350 = 2100 kg μούστο

Έστω ότι θα χρειαστεί x κιλά σταφύλια για να πάρει 2100 kg μούστο

Τότε έχουμε τον πίνακα

Σταφύλια	100	x
Μούστος	80	2100

Είναι φανερό ότι τα ποσά είναι ανάλογα, οπότε $\frac{100}{80}=\frac{x}{2100} \Leftrightarrow$

80 x = 210000 άρα x = 210000:80 = 2625

Επομένως θα χρειαστούν 2625 kg σταφύλια

Άσκηση 4

Δύο εργάτες δούλεψαν σε μία οικοδομή και πήραν μαζί 270 €. Ο πρώτος δούλεψε 4 ημέρες και ο δεύτερος 5 ημέρες. Πόσα χρήματα αναλογούν στον καθένα ;

Λύση

Έστω ότι ο εργάτης που δούλεψε 4 ημέρες πήρε x €. Τότε ο άλλος πήρε $270-x$

Έχουμε τον πίνακα

Μέρες δουλειάς	4	5
Ποσό χρημάτων	x	$270-x$

Τα ποσά ημέρες εργασίας – χρήματα είναι ανάλογα, οπότε $\frac{4}{x}=\frac{5}{270-x}$ $\Leftrightarrow$

$4\cdot(270-x) = 5x \Leftrightarrow 1080-4x = 5x \Leftrightarrow 1080 = 5x + 4x \Leftrightarrow$

$1080 = 9x \Leftrightarrow x = 1080 : 9 = 120$

Επομένως αυτός που δούλεψε 4 ημέρες πήρε 120 €

και ο άλλος πήρε $270-120=150$ €

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

ΑΡΝΟΣ Online Education ...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 5

Το θαλασσινό νερό περιέχει αλάτι σε ποσοστό 3% . Πόσα κιλά θαλασσινό νερό πρέπει να εξατμιστούν για να πάρουμε 60 kg αλάτι ;

Λύση

Έστω ότι πρέπει να εξατμιστούν x κιλά νερό.

Τότε έχουμε τον πίνακα

Ποσότητα νερού	100	x
Ποσότητα αλατιού	3	60

Τα ποσά νερό – αλάτι είναι ανάλογα, οπότε $\frac{100}{3} = \frac{x}{60} \Leftrightarrow$

3x = 6000 άρα x = 6000:3 = 2000

Επομένως θα χρειαστούν 2000 kg θαλασσινό νερό

Άσκηση 6

Ένας γεωργός είχε ένα χωράφι 7 στρέμματα και πήρε και το γειτονικό χωράφι εμβαδού 8 στρεμμάτων για να φυτέψει καλαμπόκι . Η συμφωνία με τον γείτονα του ήταν να του δώσει το 15% τη; παραγωγής του χωραφιού του. Η συνολική παραγωγή ήταν 14 τόνοι καλαμπόκι. Πόσους τόνους θα πάρει ο γεωργός και πόσους ο γείτονάς του ;

Λύση

Τα στρέμματα που καλλιεργήθηκαν είναι 7 + 8 = 15.

Αυτά απέδωσαν 14 τόνους

Στα 8 στρέμματα του γείτονα αντιστοιχούν τα $\frac{8}{15}$ της παραγωγής , δηλαδή

$\frac{8}{15}\cdot 14 = \frac{112}{15} = 7,46$ τόνοι

Και επειδή ο γεωργός θα δώσει το 15% αυτής της ποσότητας ,

θα δώσει στον γείτονα τελικά $\frac{15}{100}\cdot 7,46 = \frac{111,9}{100} = 1,12$ τόνους .

Ο ίδιος θα πάρει $14 - 1,12 = 12,88$ τόνους

Άσκηση 7

Αν ψήσουμε 2,5 kg ωμό κρέας θα μείνει 1,9 kg ψημένο κρέας.

(α) Πόσο είναι το ποσοστό απώλειας που έχουμε ;

(β) Πόσο κρέας πρέπει να ψήσουμε για να πάρουμε 2,3 kg ψημένο κρέας ;

Λύση

(α) Η απώλεια που έχουμε είναι $2,5 - 1,9 = 0,6$

Το ποσοστό απώλειας είναι $\frac{0,6}{2,5} = 0,24$ δηλαδή 24%

(β) Έστω ότι θέλουμε x κιλά άψητο για να πάρουμε 2,3 kg ψημένο

Τότε έχουμε τον πίνακα

Άψητο κρέας	2,5	x
Ψημένο κρέας	1,9	2,3

Τα ποσά άψητο κρέας – ψημένο κρέας είναι ανάλογα οπότε $\frac{2,5}{1,9} = \frac{x}{2,3} \Leftrightarrow$

$1,9x = 5,75 \Leftrightarrow x = 5,75:1,9 = 3,02$

Επομένως θα χρειαστούν 3,02 kg ωμό κρέας

Άσκηση 8

Η μηνιαία κάρτα απεριόριστων διαδρομών στοιχίζει 12 € και η τιμή της θα αυξηθεί κατά 75% . Το εισιτήριο στο αστικό λεωφορείο είναι 0,7 € και θα αυξηθεί κατά 50 % Ένας εργαζόμενος παίρνει λεωφορείο για να πάει και να γυρίσει στην δουλειά του κάθε μέρα για 20 φορές τον μήνα. Τον συμφέρει η χρήση της κάρτας ή όχι ;

Λύση

Η αύξηση στην κάρτα είναι $12\cdot\frac{75}{100}=\frac{900}{100}=9$ €

Επομένως η κάρτα θα στοιχίζει 12 + 9 = 21 €

Η αύξηση στο εισιτήριο είναι $0{,}7\cdot\frac{50}{100}=\frac{35}{100}=0{,}35$ €

Επομένως το εισιτήριο θα στοιχίζει 0,7 + 0,35 = 1,05 €

Ο εργαζόμενος θα πάρει το λεωφορείο 2 φορές την ημέρα για είκοσι ημέρες άρα θα πάρει το λεωφορείο 40 φορές οπότε θα πληρώσει 40·1,05 = 42 €.

Είναι φανερό λοιπόν ότι τον συμφέρει η κάρτα.

Άσκηση 9

Ένα κεφάλαιο δίνει τόκο 1000 € τον χρόνο με επιτόκιο 10% . Αν το επιτόκιο μειωθεί κατά 20% πόσο τόκο θα δίνει το κεφάλαιο για έναν χρόνο ; Πόσο τοις εκατό πρέπει να αυξήσουμε το κεφάλαιό μας για να έχουμε τον ίδιο τόκο παρά την μείωση του επιτοκίου ;

Λύση

Αν x είναι το κεφάλαιο που δίνει τον τόκο των 1000 €, τότε $\frac{10}{100}\cdot x = 1000 \Leftrightarrow$

$0{,}1\cdot x = 1000 \Leftrightarrow x = 1000 : 0{,}1 \Leftrightarrow x = 10000$ €

Αν το επιτόκιο μειωθεί κατά 20% , θα γίνει 8% και επομένως το κεφάλαιο των 10000€ θα δώσει τόκο $\frac{8}{100}\cdot 10000 = 800$ €

Αν y είναι το κεφάλαιο που πρέπει να καταθέσουμε με επιτόκιο 8% και να πάρουμε τόκο 1000 €, έχουμε $\frac{8}{100}\cdot y = 1000$ άρα

8y = 100000 οπότε y = 100000: 8 =12500

Άρα πρέπει να καταθέσουμε 12500 € δηλαδή να αυξήσουμε το κεφάλαιο κατά 2500 € έτσι ώστε παρά την μείωση του επιτοκίου να πάρουμε πάλι τόκο 1000

Άσκηση 10

Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα και σχεδίασε διάγραμμα που αντιστοιχεί στα δεδομένα του προβλήματος

	ΣΥΝΟΛΟ	Με 0 παιδιά	Με 1 παιδιά	Με 2 παιδιά	Με 3 παιδιά	Με 4 παιδιά	Πάνω από 4 παιδιά
Οικογένειες	200	10	40	80	50	15	5
Ποσοστά	100%						

Λύση

0 παιδιά : $\frac{10}{200}\cdot 100 = 5$ % , 1 παιδί : $\frac{40}{200}\cdot 100 = 20$%

2 παιδιά : $\frac{80}{200}\cdot 100 = 40$ % , 3 παιδιά : $\frac{50}{200}\cdot 100 = 25$%

4 παιδιά : $\frac{15}{200}\cdot 100 = 7{,}5$ % , Πάνω από 4 : $\frac{5}{200}\cdot 100 = 2{,}5$ %

Ο πίνακας συμπληρώνεται όπως φαίνεται παρακάνω

	Σύνολο	Με 0 παιδιά	Με 1 παιδί	Με 2 παιδιά	Με 3 παιδιά	Με 4 παιδιά	Πάνω από 4 παιδιά
Οικογένειες	200	10	40	80	50	15	5
Ποσοστά	100%	5%	20%	40%	25%	7,5%	2,5%

Ένα διάγραμμα που αντιστοιχεί στον πίνακα

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

ΑΡΝΟΣ Online Education …Πράξεις Παιδείας!

Επιμέλεια: Γκιμίσης Βασίλης - MEd - Μαθηματικός

ΑΡΝΟΣ
Online Education

…Πράξεις Παιδείας!