ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. *Σε ένα εγγεγραμμένο τετράπλευρο:*

i) Τα αθροίσματα των απέναντι γωνιών είναι ίσα. Σ Λ

ii) Κάθε πλευρά φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες. Σ Λ

Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις προηγούμενες προτάσεις και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

2. *Αν ΑΒΓΔ εγγεγραμμένο σε κύκλο τετράπλευρο τότε:*

α. $\hat{A} + \hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi} = 2\angle$ β. $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ γ. $\hat{A} = \hat{\Delta}_{\varepsilon\xi}$

δ. $\hat{A} = \hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi}$ ε. $\hat{B} = \hat{\Delta}$

Κυκλώστε το γράμμα της σωστής απάντησης και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

3. *Από τέσσερα μη συνευθειακά σημεία διέρχεται πάντοτε ένας κύκλος;*

4. *i) Πότε ένα τετράπλευρο λέγεται εγγράψιμο;*

ii) Αν οι μεσοκάθετοι των πλευρών ενός τετραπλεύρου διέρχονται από το ίδιο σημείο, τότε το τετράπλευρο είναι εγγράψιμο;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

5. *Ποια είναι τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο εγγράψιμο;*

6. *Ποια από τα τετράπλευρα: παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο και τραπέζιο είναι εγγράψιμα;*

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. *Σε ένα εγγράψιμο τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι* $\hat{A} = 120°$ *και* $\hat{B}_{\varepsilon\xi} = 80°$. *Να βρείτε τις γωνίες* $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$ *και* $\hat{\Delta}$ *του τετραπλεύρου.*

2. *Αν ένας ρόμβος είναι εγγεγραμμένος σε κύκλο, να αποδείξετε ότι είναι τετράγωνο.*

3. *Να αποδείξετε ότι κάθε εγγεγραμμένο παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο.*

4. *Να αποδείξετε ότι κάθε περιγεγραμμένο παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος, του οποίου οι διαγώνιοι τέμνονται στο κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου.*

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Δύο κύκλοι τέμνονται στα σημεία Α και Β. Από τα Α και Β φέρουμε ευθείες που τέμνουν τον ένα κύκλο στα Γ και Γ΄ και τον άλλο στα Δ και Δ΄ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι ΓΓ΄//ΔΔ΄.*

2. *Ένας κύκλος (Κ) διέρχεται από τις κορυφές Β και Γ τριγώνου ΑΒΓ και τέμνει τις πλευρές ΑΒ, ΑΓ στα σημεία Δ, Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η ΔΕ είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη ε του περιγεγραμμένου κύκλου στο Α.*

3. *Να αποδείξετε ότι τα ύψη ΑΔ, ΒΕ, ΓΖ ενός τριγώνου ΑΒΓ διχοτομούν τις γωνίες του τριγώνου ΔΕΖ.*

4. *Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες στα άκρα δύο κάθετων χορδών κύκλου σχηματίζουν εγγράψιμο τετράπλευρο.*

Σύνθετα Θέματα

1. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και ο περιγεγραμμένος κύκλος του (Ο,R). Αν ΒΔ και ΓΕ είναι ύψη του τριγώνου ΑΒΓ να αποδείξετε ότι ΟΑ⊥ΔΕ (Θεώρημα Nagel).*

2. *Δίνεται μία χορδή ΒΓ ενός κύκλου (Ο,R) και οι εφαπτόμενες* ε_1 *και* ε_2 *στα άκρα της. Από ένα τυχαίο σημείο Μ της ΒΓ φέρουμε κάθετη στην ΟΜ, που τέμνει τις* ε_1 *και* ε_2 *στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι ΔΜ = ΜΕ.*

3. *Να αποδείξετε ότι οι προβολές κάθε σημείου του περιγεγραμμένου κύκλου τριγώνου πάνω στις πλευρές του είναι σημεία συνευθειακά (ευθεία Simson).*

4. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Αν οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων ΑΔΒ και ΑΔΓ τέμνουν τις πλευρές ΑΓ και ΑΒ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι ΓΕ = ΒΖ.*