

6. Ανάλογα και Αντιστρόφως...



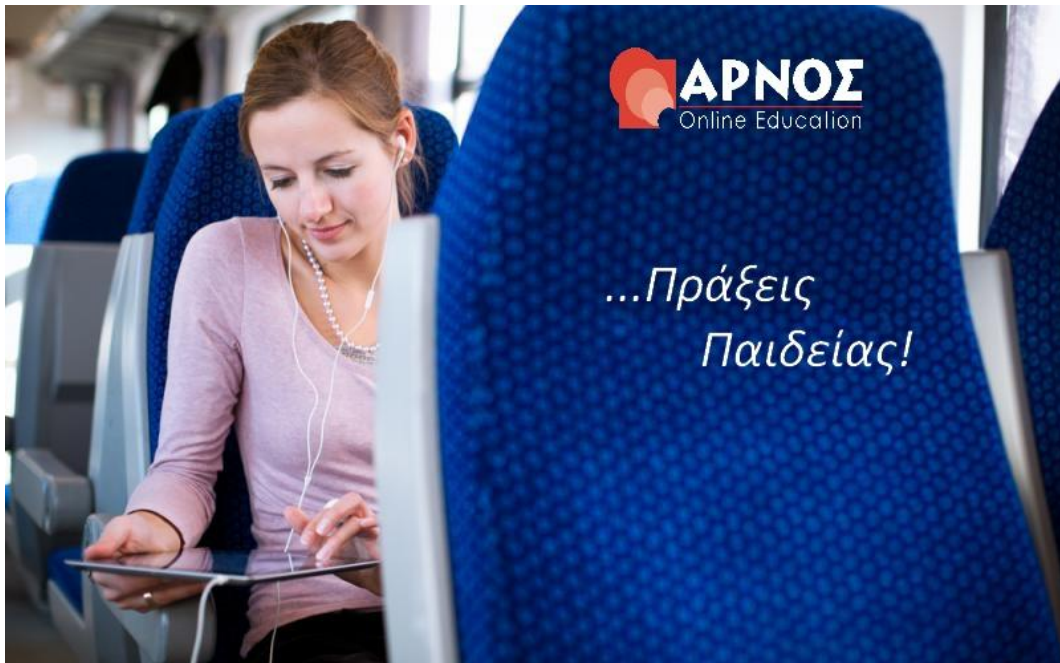
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

6.2 Λόγος δύο αριθμών - Αναλογία

σχ. βιβλίο (σ. 92)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 92)

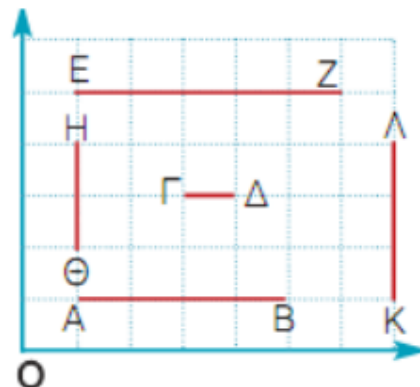
6.2 Λόγος δύο αριθμών – Αναλογία

Άσκηση 1

Να βρεις τους λόγους των διαφόρων ευθυγράμμων τμημάτων που είναι στο σχέδιο.

(α) $\frac{AB}{\Gamma\Delta}, \frac{EZ}{H\Theta}, \frac{K\Lambda}{AB}, \frac{AB}{K\Lambda}, \frac{H\Theta}{EZ}, \frac{\Gamma\Delta}{AB}.$

(β) $\frac{\Gamma\Delta}{EZ}, \frac{H\Theta}{K\Lambda}, \frac{AB}{AB}, \frac{EZ}{\Gamma\Delta}, \frac{K\Lambda}{H\Theta}, \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma\Delta}.$



Απάντηση

Θεωρούμε πως η πλευρά καθενός από τα τετραγωνάκια είναι ίση με ένα εκατοστό (1cm), άρα για να βρούμε το μήκος των ευθυγράμμων τμημάτων αθροίζουμε τις πλευρές που χρειάστηκαν για να σχηματιστεί. Τότε:

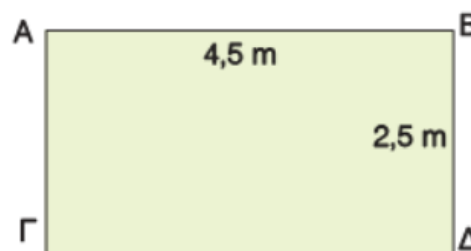
(α) $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{4}{1}, \quad \frac{EZ}{H\Theta} = \frac{5}{2}, \quad \frac{K\Lambda}{AB} = \frac{3}{4}, \quad \frac{AB}{K\Lambda} = \frac{4}{3}, \quad \frac{H\Theta}{EZ} = \frac{2}{5}, \quad \frac{\Gamma\Delta}{AB} = \frac{1}{4}.$

(β) $\frac{\Gamma\Delta}{EZ} = \frac{1}{5}, \quad \frac{H\Theta}{K\Lambda} = \frac{2}{3}, \quad \frac{AB}{AB} = \frac{4}{4} = 1, \quad \frac{EZ}{\Gamma\Delta} = \frac{5}{1}, \quad \frac{K\Lambda}{H\Theta} = \frac{3}{2}, \quad \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma\Delta} = \frac{1}{1} = 1.$

Άσκηση 2

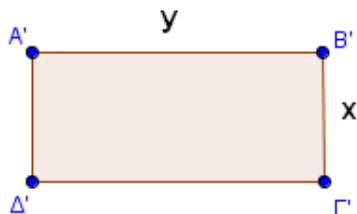
Δίνεται το ορθογώνιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος.

Να σχεδιάσεις ένα άλλο ορθογώνιο με πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του ορθογωνίου αυτού, έτσι ώστε ο λόγος των πλευρών να είναι: 2:1.



Απάντηση

Έστω το παρακάτω ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, με πλευρές x και y .



Θα βρούμε τις πλευρές x και y του ορθογωνίου που ζητάμε, θεωρώντας πως ο λόγος των πλευρών των δύο ορθογωνίων είναι ίσος με $2 : 1$, δηλαδή:

➤ $\frac{4,5}{y} = \frac{2}{1}$, τότε $2 \cdot y = 4,5$, άρα $y = 4,5 : 2 = 2,25$ m

➤ $\frac{2,5}{x} = \frac{2}{1}$, τότε $2 \cdot x = 2,5$, άρα $x = 2,5 : 2 = 1,25$ m

Άσκηση 3

Σε μία φωτογραφία το ύψος ενός ανθρώπου είναι 4 cm, ενώ το πραγματικό του ύψος είναι 1,76 m. Πόσο έχουν σμικρυνθεί όλα τα αντικείμενα της φωτογραφίας;



Απάντηση

Αρχικά μετατρέπουμε τα 1,76 m σε 176 cm. Παρατηρούμε πως τα 176 cm του πραγματικού ύψους έγιναν 4cm στη φωτογραφία, επομένως σμικρύνθηκαν:

$$176 : 4 = 44 \text{ φορές.}$$

Τελικά συμπεραίνουμε πως όλα τα αντικείμενα της φωτογραφίας θα σμικρυνθούν κατά 44 φορές.

Άσκηση 4

Ένας προβολέας διαφανειών προβάλλει το κείμενο μιας διαφάνειας στον απέναντι τοίχο. Αν ένα "Α" έχει ύψος 7 mm στη διαφάνεια και 4,2 cm στον τοίχο, ποια είναι η μεγέθυνση που δίνει ο προβολέας;

Απάντηση

Αρχικά μετατρέπουμε τα 42 cm που έχει ως ύψος στον τοίχο το "Α", σε 42 mm. Παρατηρούμε πως τα 7 mm που έχει ως ύψος το "Α" στη διαφάνεια, μετά τη μεγέθυνση που προκάλεσε ο προβολέας, έγιναν 42 mm στον τοίχο. Συμπεραίνουμε πως το ύψος του "Α" μεγάλωσε κατά $42 : 7 = 6$ φορές. Οπότε η μεγέθυνση του προβολέα είναι εξαπλάσια.

Άσκηση 5

Η σύνθεση μιας μπλούζας είναι 80% βαμβάκι και το υπόλοιπο πολυεστέρας. Αν η μπλούζα ζυγίζει 820 gr, πόσα γραμμάρια ζυγίζουν τα νήματα του πολυεστέρα που περιέχει;

Απάντηση

Μας δίνεται στα δεδομένα, πως η μπλούζα είναι 80% βαμβάκι, άρα το 20% που είναι το υπόλοιπο θα είναι πολυεστέρας.

Επομένως τα νήματα του πολυεστέρα ζυγίζουν: $\frac{20}{100} \times 820 = \frac{16400}{100} = 164 \text{ gr.}$

Άσκηση 6

Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Κλίμακα	1:5	3:8	1:30		1:100
Μήκος σε σχέδιο	4 cm		12 cm	2 cm	3,5 cm
Πραγματικό μήκος		24 m		10 m	

Απάντηση

Κλίμακα	1:5	3:8	1:30	1 : 500	1:100
Μήκος σε σχέδιο	4 cm	9 m	12 cm	2 cm	3,5 cm
Πραγματικό μήκος	20 cm	24 m	360 cm	10 m	350 cm

1^η στήλη

Κλίμακα 1 : 5 σημαίνει ότι το μήκος στο σχέδιο είναι 5 φορές μικρότερο από το πραγματικό. Επομένως:

$$\text{Πραγματικό μήκος} = \text{Μήκος σε σχέδιο} \times 5$$

$$\text{Πραγματικό μήκος} = 4 \text{ cm} \times 5$$

$$\text{Πραγματικό μήκος} = 20 \text{ cm}$$

2^η στήλη

$$\text{Κλίμακα } 3 : 8 = \frac{3}{3} : \frac{8}{3} = 1 : \frac{8}{3} = \frac{1}{8/3} \text{ σημαίνει ότι το μήκος στο σχέδιο είναι } \frac{8}{3}$$

φορές μικρότερο από το πραγματικό. Επομένως:

$$\text{Πραγματικό μήκος} = \text{Μήκος σε σχέδιο} \times \frac{8}{3}, \text{ τότε}$$

$$\text{Μήκος σε σχέδιο} = \frac{3}{8} \times \text{Πραγματικό μήκος}$$

$$\text{Μήκος σε σχέδιο} = \frac{3}{8} \times 24 \text{ m}$$

$$\text{Μήκος σε σχέδιο} = 9 \text{ m}$$

3^η στήλη

Κλίμακα 1 : 30 σημαίνει ότι το μήκος στο σχέδιο είναι 30 φορές μικρότερο από το πραγματικό. Επομένως:

$$\text{Πραγματικό μήκος} = \text{Μήκος σε σχέδιο} \times 30$$

$$\text{Πραγματικό μήκος} = 12 \text{ cm} \times 30$$

$$\text{Πραγματικό μήκος} = 360 \text{ cm}$$

4^η στήλη

Μετατρέπουμε: 10 m = 1.000 cm.

Έχουμε το λόγο $\frac{2}{1.000} = \frac{1}{500}$, οπότε η κλίμακα είναι 1 : 500.

5^η στήλη

Κλίμακα 1 : 100 σημαίνει ότι το μήκος στο σχέδιο είναι 100 φορές μικρότερο από το πραγματικό. Επομένως:

$$\text{Πραγματικό μήκος} = \text{Μήκος σε σχέδιο} \times 100$$

$$\text{Πραγματικό μήκος} = 3,5 \text{ cm} \times 100$$

$$\text{Πραγματικό μήκος} = 350 \text{ cm}$$

Άσκηση 7

Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι $x + 2$ και x .

(α) Να γράψεις τη σχέση της περιμέτρου Π του ορθογωνίου με το x .

(β) Να εξετάσεις αν τα ποσά x και Π είναι ανάλογα.

(γ) Να συμπληρώσεις τον πίνακα:

x	0		2		4
Π		8		16	

Απάντηση

(α) Περίμετρος ορθογωνίου $= x + x + 2 + x + x + 2 = 4 \cdot x + 4$, άρα $\Pi = 4 \cdot x + 4$.

(β) Από τη σχέση $\Pi = 4 \cdot x + 4$ του (α) ερωτήματος διαπιστώνουμε ότι τα ποσά Π και x δεν είναι ανάλογα.

(γ)

x	0	1	2	3	4
Π	0	8	12	16	20

Για τη συμπλήρωση του πίνακα χρησιμοποιούμε τον τύπο της περιμέτρου του ορθογωνίου που βρήκαμε στο (α) ερώτημα, δηλαδή $\Pi = 4 \cdot x + 4$ (1).

Επομένως:

1^η στήλη

Για $x = 0$, με αντικατάσταση στην σχέση (1) έχουμε: $\Pi = 4 \cdot 0 + 4 = 4$.

2^η στήλη

Για $\Pi = 8$, με αντικατάσταση στην σχέση (1) έχουμε: $8 = 4 \cdot x + 4$, άρα $4 = 4 \cdot x$ και τελικά $x = 1$.

3^η στήλη

Για $x = 2$, με αντικατάσταση στην σχέση (1) έχουμε: $\Pi = 4 \cdot 2 + 4 = 12$.

4^η στήλη

Για $\Pi = 16$, με αντικατάσταση στην σχέση (1) έχουμε: $16 = 4 \cdot x + 4$, άρα $12 = 4 \cdot x$ και τελικά $x = 3$.

5^η στήλη

Για $x = 4$, με αντικατάσταση στην σχέση (1) έχουμε: $\Pi = 4 \cdot 4 + 4 = 20$.

Άσκηση 8

Αν οι διαστάσεις ενός δωματίου, σε ένα σχέδιο με κλίμακα 1 : 250, είναι 3×5 , οι πραγματικές διαστάσεις του δωματίου είναι x

Απάντηση

Αφού η κλίμακα είναι 1 : 250 αυτό σημαίνει ότι πραγματικές διαστάσεις του δωματίου είναι 250 φορές μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες διαστάσεις στο σχέδιο. Επομένως οι πραγματικές διαστάσεις, θα είναι:
 $3 \times 250 = 750$ και $5 \times 250 = 1.250$, δηλαδή 750×1.250 .

Άσκηση 9

Αν ανακατέψουμε 2 κιλά κόκκινο χρώμα και 3 κιλά κίτρινο χρώμα, φτιάχνουμε μια συγκεκριμένη απόχρωση του πορτοκαλί. Αν ανακατέψεις 5 κιλά κόκκινο χρώμα και 6 κιλά κίτρινο, θα πάρεις την ίδια απόχρωση; Δικαιολόγησε την απάντηση σου.



Απάντηση

Ο λόγος $\frac{2}{3}$ είναι διαφορετικός από τον λόγο $\frac{5}{6}$, πράγματι αν κάνω χιαστί, τότε:

$2 \cdot 6 = 12 \neq 5 = 3 \cdot 5 = 15$. Από τη στιγμή που η αναλογία του κόκκινου και κίτρινου δεν είναι ίδια, τότε δεν θα πάρουμε την ίδια απόχρωση.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου – Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!