

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

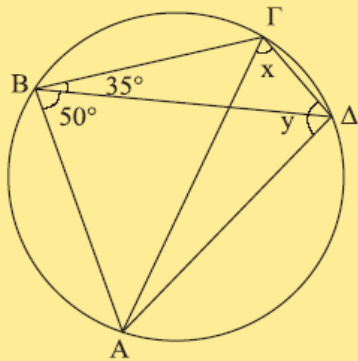
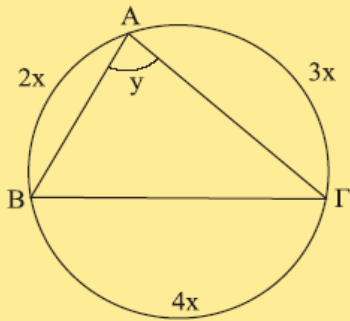
Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
2. Αν φ και ω είναι αντίστοιχα η εγγεγραμμένη και η επίκεντρη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο ενός κύκλου, τότε:
 - α. $\varphi = \omega$, β. $\varphi = 2\omega$, γ. $\omega = 2\varphi$, δ. $\varphi = 90^\circ + \omega$, ε. Τίποτα από τα προηγούμενα.
 Κυκλώστε το γράμμα της σωστής απάντησης και αιτιολογήστε την απάντησή σας.
3. Συμπληρώστε το κενό στην επόμενη πρόταση:

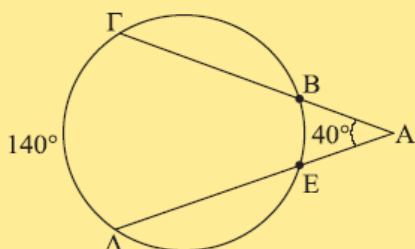
“Η γωνία χορδής και εφαπτομένης ισούται με
4. Ποιος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου τα οποία βλέπουν ένα γνωστό τμήμα υπό γωνία $\varphi < 1\text{L}$ ή $\varphi = 1\text{L}$;

Ασκήσεις Εμπέδωσης

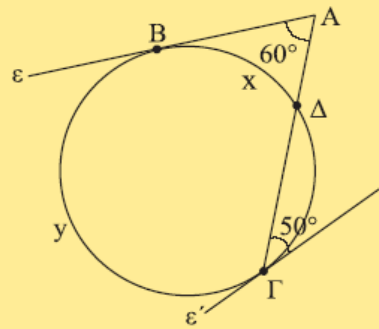
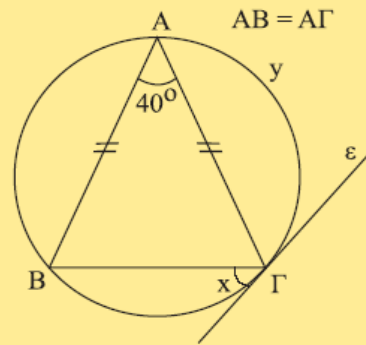
1. Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να βρείτε τα x και y .



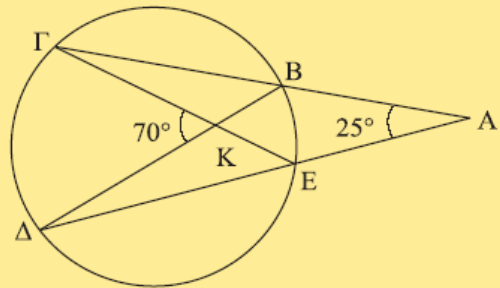
2. Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{A} = 40^\circ$, να βρείτε το μέτρο του τόξου \widehat{BE} .



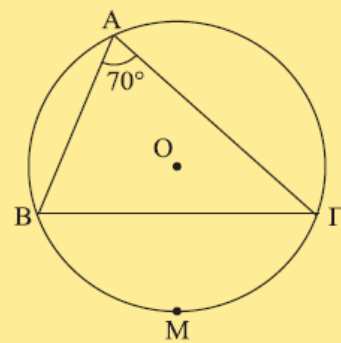
3. Αν στα παρακάτω σχήματα οι ευθείες ϵ και ϵ' είναι εφαπτόμενες να βρεθούν τα x και y .



4. Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{A} = 25^\circ$, να βρείτε τα μέτρα των τόξων \widehat{EB} και $\widehat{\Gamma\Delta}$.



5. Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $\widehat{BM} = \widehat{M\Gamma}$ και $\hat{A} = 70^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $OB\Gamma$ και $MB\Gamma$.

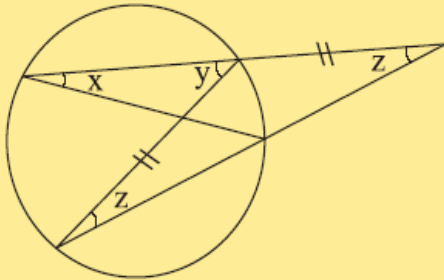


6. Στο παρακάτω σχήμα, ποια σχέση είναι σωστή;
 - i) $x - y + z = 0$,
 - ii) $x - 2y + z = 0$,
 - iii) $x - v + z = 0$.

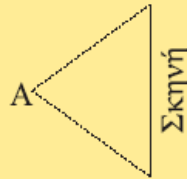
iv) $x + y = 2z$,

v) καμία από τις παραπάνω.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



7. Το καλύτερο κάθισμα σε έναν κινηματογράφο είναι το κάθισμα "A". Να βρείτε ποια άλλα καθίσματα έχουν την ίδια οπτική γωνία με το θεατή που κάθεται στο κάθισμα A.



Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη στο μέσο ενός από τα τόξα με χορδή AB κύκλου (K) είναι παράλληλη στη χορδή AB και αντίστροφα.
2. Δύο κύκλοι τέμνονται στα σημεία A και B. Αν Γ και Δ είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία του A στους δύο κύκλους, να αποδείξετε ότι η ευθεία ΓΔ διέρχεται από το B.
3. Δύο κάθετες χορδές AB, ΓΔ κύκλου (K) τέμνονται στο σημείο P. Να αποδείξετε ότι η διάμεσος PM του τριγώνου PBΓ είναι κάθετη στην AD.
4. Ο καπετάνιος ενός ιστιοπλοϊκού πλοίου I είδε τρεις

σημαδούρες για υφάλους στα σημεία A, B, Γ. Με μία πωξίδα διόπτρευσης μέτρησε ότι

$$\hat{A}IB = 100^\circ, \hat{B}IG = 125^\circ, \hat{G}IA = 135^\circ.$$



Εντόπισε τα σημεία A, B, Γ στο χάρτη και προσδιόρισε την ακριβή θέση του ιστιοπλοϊκού. Πώς τα κατάφερε;

Σύνθετα Θέματα

1. Δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά (ή εσωτερικά) στο σημείο A και δύο ευθείες ε, ε' που διέρχονται από το A τέμνουν τον ένα κύκλο στα σημεία B, B' και τον άλλο στα Γ και Γ' αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $BB' \parallel \Gamma\Gamma'$.
2. Δύο κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά στο A. Μία χορδή ΒΓ του μεγαλύτερου κύκλου εφάπτεται στο μικρότερο, στο σημείο Δ. Να αποδείξετε ότι η ΑΔ διχοτομεί τη γωνία ΒΑΓ.
3. Δίνεται κύκλος (K), η εφαπτομένη ε σε ένα σημείο του A και ένα σημείο P της ε. Από το P φέρουμε μία ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα B και Γ. Αν η διχοτόμος της γωνίας ΒΑΓ τέμνει τη χορδή ΒΓ στο Δ, να αποδείξετε ότι $PA = PD$.