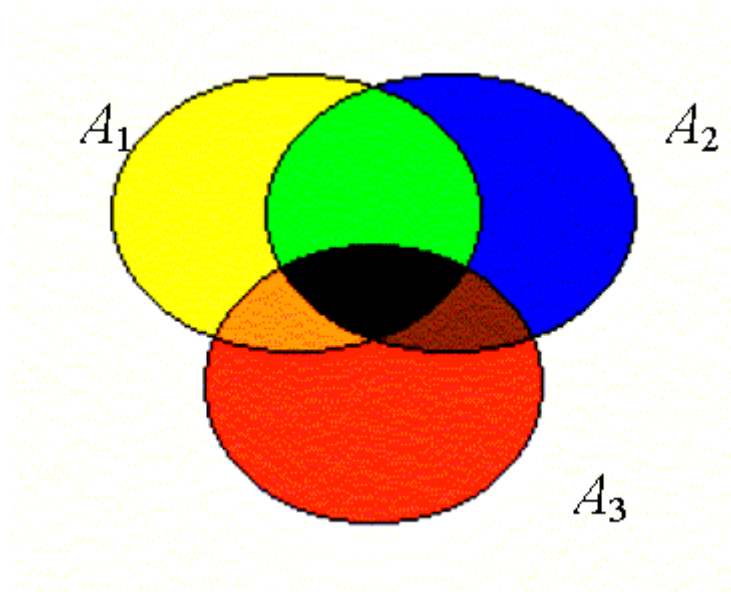


5. Πιθανότητες



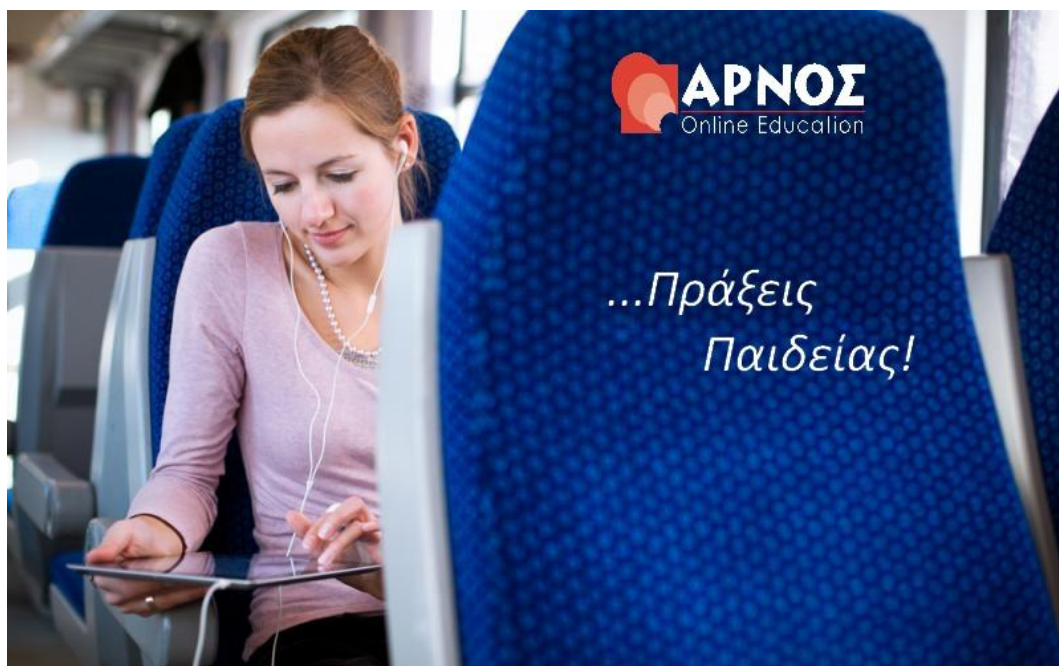
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

5.1 Σύνολα

σχ. βιβλίο (σ.σ. 164-166)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 164-166)

5.1 Σύνολα

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες


- α) Τα σύνολα $A = \{1, 2, 3\}$ και $B = \{3, 2, 1\}$ είναι ίσα
- β) Τα σύνολα $A = \{6, 7\}$ και $B = \{67\}$ είναι ίσα
- γ) Αν $A = \{\alpha, \beta\}$ και $B = \{\alpha, \gamma, \delta, \epsilon\}$ τότε $A \subseteq B$
- δ) Το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } 0x = 2\}$ είναι το κενό σύνολο
- ε) $A \cup A' = \Omega$
- στ) $A \cap A' = \emptyset$

Απάντηση

- α) Είναι **σωστό** (Σ), διότι έχουν όλα τα στοιχεία ίδια.
- β) Είναι **λάθος** (Λ), διότι έχουν διαφορετικά στοιχεία.
- γ) Είναι **λάθος** (Λ), διότι το σύνολο B δεν περιέχει όλα τα στοιχεία του A.
- δ) Είναι **σωστό** (Σ), διότι η εξίσωση $0x = 2$ είναι αδύνατη, οπότε το σύνολο θεωρείται κενό.
- ε) Είναι **σωστό** (Σ) το $A \cup A'$ περιέχει όλα τα στοιχεία του Ω .
- στ) Είναι **σωστό** (Σ), δεν έχουν κοινά στοιχεία.

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 **ARNOS** ...Πράξεις Παιδείας!
Online Education

Ερώτηση 2

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε σύνολο της στήλης A το ίσο του σύνολο της στήλης B

Στήλη A	Στήλη B
α. $\{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } x^2 = 4\}$	1. $\{0, 1, 2\}$
β. $\{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x^2 = 4\}$	2. \emptyset
γ. $\{x \in \mathbb{Z}, \text{ όπου } 3x = 4\}$	3. $\{-2, 2\}$
δ. $\{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \leq 2\}$	4. $\{2\}$
	5. $\{1, 2\}$

α	β	γ	δ

Απάντηση

α	β	γ	δ
3	4	2	1

Ερώτηση 3

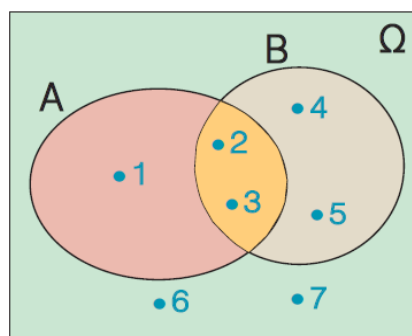
Από το διάγραμμα του Venn του διπλανού σχήματος να προσδιορίσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα

$\Omega = \dots\dots\dots$

$A = \dots\dots\dots$ $B = \dots\dots\dots$

$A' = \dots\dots\dots$ $B' = \dots\dots\dots$

$A \cup B = \dots\dots\dots$ $A \cap B = \dots\dots\dots$



Απάντηση

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 3, 4, 5\}$

$A' = \{4, 5, 6, 7\}, \quad B' = \{1, 6, 7\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad A \cap B = \{2, 3\}$

Ερώτηση 4

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε σύνολο της στήλης A το συμπλήρωμα του ως προς το $\Omega = \{ \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \}$

Στήλη A	Στήλη B
α. $\{\beta\}$	1. $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$
β. $\{\alpha, \beta, \epsilon\}$	2. \emptyset
γ. $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$	3. $\{\beta, \gamma, \epsilon\}$
δ. $\{\text{γράμματα της λέξης δάδα}\}$	4. $\{\alpha, \delta\}$
ε. \emptyset	5. $\{\alpha, \gamma, \delta, \epsilon\}$
	6. $\{\gamma, \delta\}$

α	β	γ	δ	ϵ

Απάντηση

Το συμπλήρωμα ενός συνόλου E περιέχει τα στοιχεία του Ω , που δεν είναι στο E.

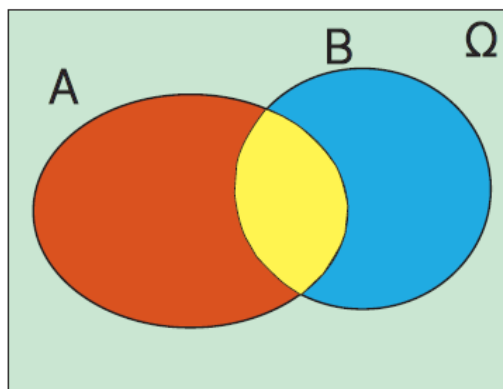
Στήλη A	Στήλη B
α. $\{\beta\}$	1. $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$
β. $\{\alpha, \beta, \epsilon\}$	2. \emptyset
γ. $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$	3. $\{\beta, \gamma, \epsilon\}$
δ. $\{\text{γράμματα της λέξης δάδα}\}$	4. $\{\alpha, \delta\}$
ε. \emptyset	5. $\{\alpha, \gamma, \delta, \epsilon\}$
	6. $\{\gamma, \delta\}$

α	β	γ	δ	ϵ
5	6	2	3	1

Ερώτηση 5

Με βάση το διπλανό διάγραμμα του Venn να καθορίσετε το χρώμα ή τα χρώματα των παρακάτω συνόλων

- α) $A \cup B$
- β) $A \cap B$
- γ) A'
- δ) B'
- ε) $(A \cup B)'$
- στ) $(A \cap B)'$




Απάντηση

Από τους σχετικούς ορισμούς έχουμε ότι

- α -> κόκκινο , κίτρινο , μπλε
- β -> κίτρινο
- γ -> πράσινο , μπλε
- δ -> πράσινο , κόκκινο
- ε -> πράσινο
- στ -> πράσινο , μπλε , κόκκινο

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 ...Πράξεις Παιδείας!

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα

α) $A = \{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } x^2 = 25\}$

β) $B = \{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x^2 = 25\}$

γ) $\Gamma = \{x \in \mathbb{Z}, \text{ όπου } -2 < x \leq 4\}$

δ) $\Delta = \{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \text{ διαιρέτης του } 12\}$

Λύση

α) $x^2 = 25$ με $x \in \mathbb{R}$, άρα $x = 5$ ή $x = -5$. Οπότε $A = \{-5, 5\}$

β) $x^2 = 25$ με $x \in \mathbb{N}$, άρα $x = 5$. Οπότε $B = \{5\}$

γ) $-2 < x \leq 4$ με $x \in \mathbb{Z}$, άρα $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4$. Οπότε $\Gamma = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

δ) x διαιρέτης του 12 με $x \in \mathbb{N}$ άρα $x = 1, 2, 3, 4, 6, 12$ το σύνολο των διαιρετών
Οπότε $\Delta = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Άσκηση 2

Ποιο από τα σύνολα $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{-1, 0\}$, $\Gamma = \{1, 2, 3\}$,

$\Delta = \{(1,2), (4,5)\}$ είναι υποσύνολο του συνόλου $K = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

και ποιο είναι ίσο με το σύνολο $\Lambda = \{\text{άρτιοι φυσικοί μικρότεροι του } 6\}$ ή

με το σύνολο $M = \{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } x^2 + x = 0\}$

Λύση

Παρατηρούμε ότι τα υποσύνολα του K είναι το A και το Γ .

Οπότε $A \subseteq K$ και $\Gamma \subseteq K$

Επίσης το σύνολο των φυσικών άρτιων αριθμών μικρότερων του 6 είναι το

$\Lambda = \{0, 2, 4\}$ το οποίο είναι ίσο με το A.

Επιλύουμε την εξίσωση:

$$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = -1$$

Άρα $M = \{-1, 0\}$ το οποίο είναι ίσο με το B.

Άσκηση 3

Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων του το σύνολο

$A = \{\text{ψηφία του αριθμού } 2123\}$ και να βρείτε όλα τα υποσύνολά του

Λύση

$$A = \{1, 2, 3\}$$

Και τα υποσύνολά του είναι τα:

$$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset$$

Άσκηση 4

Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων του το σύνολο

$$A = \{(x, y), \text{ όπου } x, y \in \mathbb{N} \text{ και } x + y = 4\}$$

Λύση

Η εξίσωση $x + y = 4$ για x, y φυσικούς αριθμούς παίρνει τη μορφή:

$x = 0, 1, 2, 3, 4$ όπου για κάθε τιμή θα παίρνει το y αντίστοιχα τιμές

$$y = 4, 3, 2, 1, 0$$

Οπότε $(x, y) = (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)$

Δηλαδή $A = \{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$

Άσκηση 5

Να παραστήσετε με περιγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα

α) $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$, β) $B = \{\iota, \sigma, \tau, \omicron, \rho, \alpha\}$, γ) $\Gamma = \{0, 2\}$

Λύση

α) Το σύνολο A περιέχει όλους τους φυσικούς περιττούς αριθμούς. Οπότε:

$$A = \{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \text{ περιττός}\}$$

β) $B = \{\text{γράμματα της λέξης ιστορία}\}$

γ) Οι άρτιοι φυσικοί αριθμοί που είναι μικρότεροι του 4.

Άσκηση 6

Με βασικό σύνολο το $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ θεωρούμε τα σύνολα

$A = \{1, 2, 4, 5\}$ και $B = \{2, 4, 6\}$. Να τα παραστήσετε στο ίδιο

διάγραμμα του Venn και να προσδιορίσετε τα σύνολα

α) $A \cup B$, β) $A \cap B$, γ) A' , δ) B'

Λύση

Σχεδιάζουμε διάγραμμα Venn με τα σύνολα

A, B, Ω .

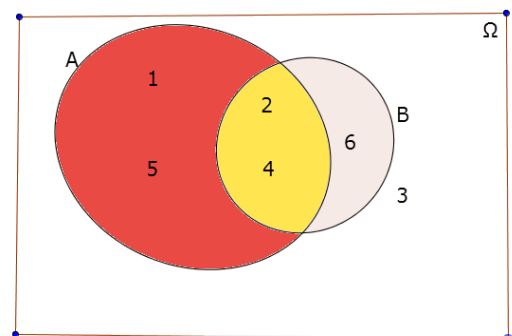
α) $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

κίτρινο, κόκκινο, λιλά

β) $A \cap B = \{4, 2\}$ κίτρινο

γ) $A' = \{3, 6\}$ λιλά, άσπρο

δ) $B' = \{1, 5, 3\}$ κίτρινο, άσπρο



Άσκηση 7

Δίνονται τα σύνολα

$A = \{\text{γράμματα της λέξης άλγεβρα}\}$

$B = \{\text{γράμματα της λέξης φρεγάτα}\}$

$\Gamma = \{\text{γράμματα της λέξης ελάφι}\}$

α) Να γράψετε τα σύνολα A , B , Γ με αναγραφή των στοιχείων τους και να τα παραστήσετε στο ίδιο διάγραμμα του Venn .

β) Να προσδιορίσετε τα σύνολα $B \cup \Gamma$, $A \cap B$, $A \cap \Gamma$

γ) Να επαληθεύσετε ότι $A \cap (B \cup \Gamma) = (A \cap B) \cup (A \cap \Gamma)$

Λύση

Σχεδιάζουμε διάγραμμα Venn με τα σύνολα

A, B, Γ, Ω .

α) $A = \{\alpha, \lambda, \gamma, \epsilon, \beta, \rho\}$

$B = \{\phi, \rho, \epsilon, \gamma, \alpha, \tau\}$

$\Gamma = \{\epsilon, \lambda, \alpha, \phi, \iota\}$

β) $B \cup \Gamma = \{\phi, \rho, \epsilon, \gamma, \alpha, \tau, \lambda, \iota\}$

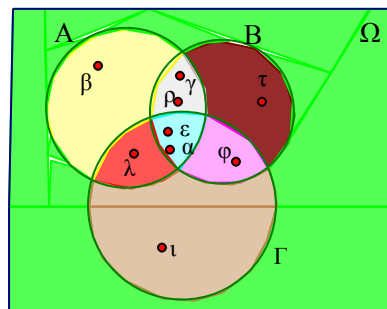
$A \cap B = \{\gamma, \rho, \epsilon, \alpha\}$

$A \cap \Gamma = \{\lambda, \epsilon, \alpha\}$

γ) $A \cap (B \cup \Gamma) = \{\alpha, \lambda, \gamma, \epsilon, \beta, \rho\} \cap \{\phi, \rho, \epsilon, \gamma, \alpha, \tau, \lambda, \iota\} = \{\lambda, \epsilon, \alpha, \rho, \gamma\}$ (1)


$(A \cap B) \cup (A \cap \Gamma) = \{\rho, \gamma, \epsilon, \alpha\} \cup \{\lambda, \epsilon, \alpha\} = \{\rho, \gamma, \epsilon, \alpha, \lambda\}$ (2)

Άρα (1), (2) $\Rightarrow A \cap (B \cup \Gamma) = (A \cap B) \cup (A \cap \Gamma)$



Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 ...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 8

Θεωρούμε τα σύνολα

$A = \{ \text{θεατές της τελετής έναρξης των Ολυμπιακών αγώνων του 2004} \}$

$B = \{ \text{θεατές της τελετής λήξης των Ολυμπιακών αγώνων του 2004} \}$

Σε ποιο σύνολο ανήκει εκείνος που :

- α) Παρακολούθησε και τις δύο τελετές
- β) Παρακολούθησε μία τουλάχιστον τελετή
- γ) Παρακολούθησε την τελετή έναρξης και όχι την τελετή λήξης
- δ) Δεν παρακολούθησε την τελετή έναρξης αλλά ούτε και την τελετή λήξης

Λύση

- α) Στο $A \cap B$
- β) Στο $A \cup B$
- γ) Στο $A \cap B'$
- δ) Στο $A' \cap B' = (A \cup B)'$

Άσκηση 9

Δίνονται τα σύνολα $A = \{ \text{αθλητές στίβου} \}$, $B = \{ \text{φοιτητές Πανεπιστημίου} \}$

Τι συμπεραίνετε για εκείνον που ανήκει στο σύνολο :

- α) $A \cup B$, β) $A \cap B$, γ) A' δ) B'
- ε) $A \cap B'$, στ) $A' \cap B$ ζ) $A' \cap B'$

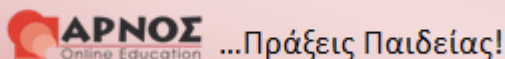
Λύση

- α) Είναι αθλητής στίβου ή φοιτητής Πανεπιστημίου
- β) Είναι αθλητής στίβου και φοιτητής Πανεπιστημίου
- γ) Δεν είναι αθλητής στίβου
- δ) Δεν είναι φοιτητής Πανεπιστημίου

- ε) Είναι αθλητής στίβου και δεν είναι φοιτητής Πανεπιστημίου
- στ) Δεν είναι αθλητής στίβου αλλά είναι φοιτητής Πανεπιστημίου
- ζ) Δεν είναι αθλητής στίβου και δεν είναι φοιτητής Πανεπιστημίου

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

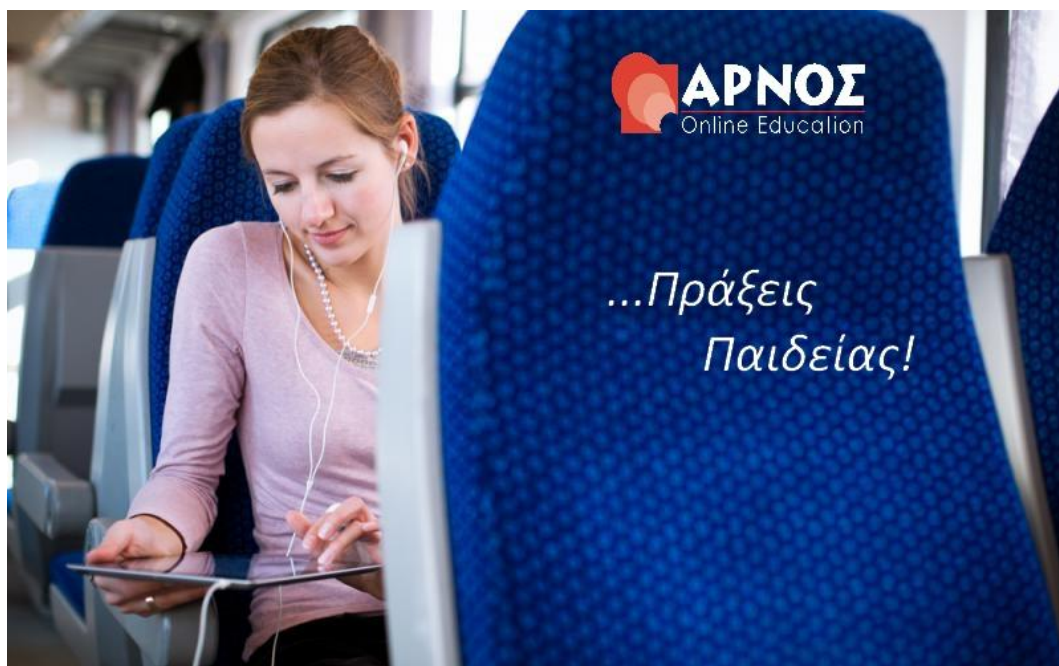
Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!