ΘΕΜΑ 4

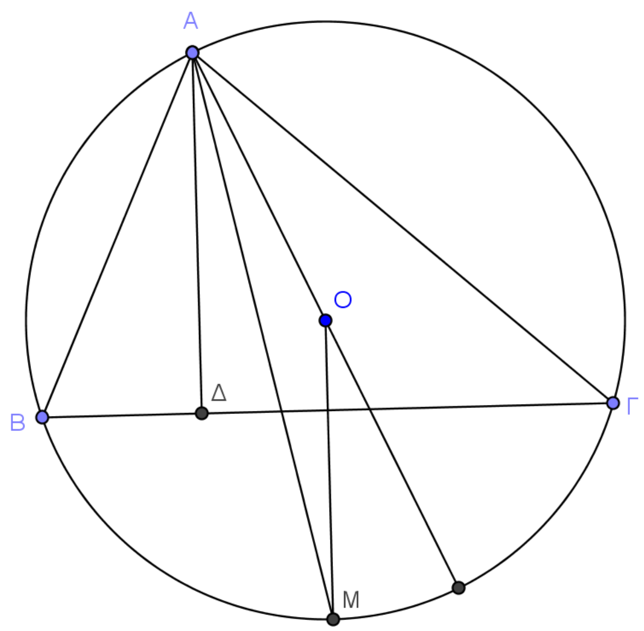
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ, εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Ο. Θεωρούμε το μέσο Μ του κυρτογώνιου τόξου ΒΓ και το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας ΔΑΟ. (Μονάδες 8)

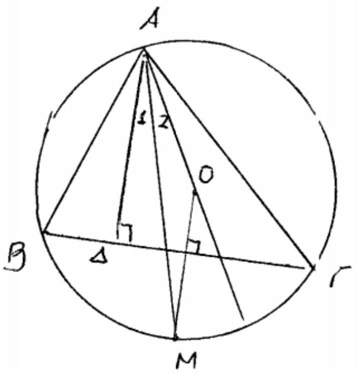
β) $\mathrm{O}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \Delta\hat{\mathrm{A}}\mathrm{B}$ (Μονάδες 9)

γ) $\Delta\hat{\mathrm{A}}\mathrm{O} = \hat{\mathrm{B}} - \hat{\Gamma}$ (Μονάδες 8)



5910

θέμα 4ο



α) Η ΟΜ είναι μεσοκάθετος στη ΒΓ η ΑΔ ⊥ ΒΓ επομένως ΑΔ // ΜΟ συνεπώς $\hat{M} = \hat{A}_1$ ως εντος εναλλαξ των παραλλήλων ΑΔ και ΜΟ που τέμνονται από την ΑΜ.
είναι όμως $\hat{M} = \hat{A}_2$ γιατί το τρίγωνο ΟΑΜ είναι ισοσκελές ΟΑ = ΟΜ ακτίνες του κύκλου
άρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ οπότε η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $\Delta\hat{A}O$.

β) $O\hat{A}\Gamma = B\hat{A}\Delta \Rightarrow O\hat{A}\Gamma + \hat{A}_2 = B\hat{A}\Delta + \hat{A}_1 \Rightarrow B\hat{A}M = M\hat{A}\Gamma$ που ισχύει διότι είναι εγγεγραμμένες και βαίνουν σε ίσα τόξα $\overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{M\Gamma}$.

γ) Είναι $\hat{B} = 90^\circ - B\hat{A}\Delta$, $\hat{\Gamma} = 90^\circ - \Delta\hat{A}O - O\hat{A}\Gamma$

επομένως $\hat{B} - \hat{\Gamma} = -B\hat{A}\Delta + \Delta\hat{A}O + O\hat{A}\Gamma$ ή

$\hat{B} - \hat{\Gamma} = \Delta\hat{A}O$ διότι $O\hat{A}\Gamma = B\hat{A}\Delta$ ερώτημα (β).

Ευχαριστούμε θερμά για την επίλυση των θεμάτων τον κ. Πολύδωρο Γεωργιακάκη.