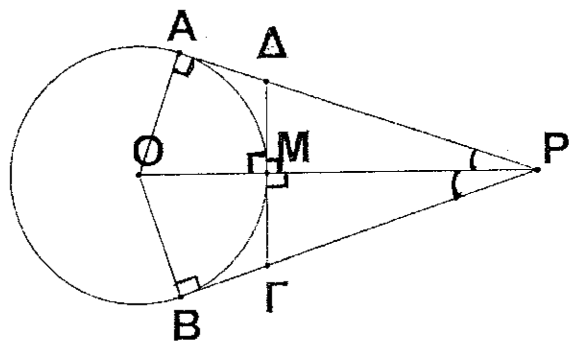
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο, και από ένα σημείο Ρ εκτός αυτού φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ και ΡΒ. Το τμήμα ΡΟ τέμνει τον κύκλο στο σημείο Μ και η εφαπτομένη του κύκλου στο Μ τέμνει τα ΡΑ και ΡΒ στα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΡΔΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία ΑΡΒ είναι 40^0 να υπολογίσετε τη γωνία ΑΟΒ. (Μονάδες 12)



5567

Θεμα 2ο

α/ Η ακτινα ΟΜ που καταληγει στο σημειο επαφης με την εφαπτομενη ΔΓ του κυκλου, ειναι καθετη στην εφαπτομενη.

Συγκρινω τα τριγωνα ΔΡΜ και ΡΜΓ, τα οποια ειναι ορθογωνια, συμφωνα με τα παραπανω.

Εχουν: ΡΜ (κοινη πλευρα)

$\Delta\hat{P}M = M\hat{P}\Gamma$ (αφου απο συγκριση των ορθογωνιων τριγωνων ΟΑΡ και ΟΒΡ:

Εχουν: ΑΟ = ΟΒ (ως ακτινες)

ΟΡ (κοινη πλευρα)

ειναι ισα)

Επομενως, τα τριγωνα ειναι ισα αφου εχουν μια καθετη πλευρα και την προσκειμενη σε αυτη οξεια γωνια ισες μια προς μια.

Τοτε ΔΡ = ΓΡ και αρα $\overset{\triangle}{P\Delta\Gamma}$ ισοσκελες *α) Τα $O\hat{A}P$ και $O\hat{B}P$ είναι ορθογώνια με ορθές $\hat{A}$ και $\hat{B}$ αντίστοιχα, αφού AP και PB εφαπτόμενες από εξωτερικό σημείο με τις ακτίνες κάθετες σε αυτές, στο σημείο επαφής.

β/ $A\hat{P}B = 40^\circ$, όμως PO διχοτόμος και τότε $A\hat{P}O = 20^\circ$.

Στο τρίγωνο OAB, έχουμε:

$$O\hat{A}P + A\hat{P}O + P\hat{O}A = 180^\circ \Rightarrow$$
$$90^\circ + 20^\circ + P\hat{O}A = 180^\circ \Rightarrow$$
$$P\hat{O}A = 70^\circ \quad (1)$$

Τα τρίγωνα OAP και OBP είναι ίσα, άρα

$B\hat{O}P = 70^\circ$ (2)

Τελικά από (1), (2) $A\hat{O}B = P\hat{O}A + B\hat{O}P = 140^\circ$