GI_A_GEO_2_5064

ΘΕΜΑ 2

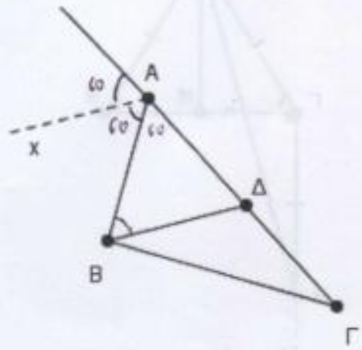
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ . Έστω Αχ η διχοτόμος της εξωτερικής του γωνίας $\widehat{A_{\varepsilon\xi}} = 120^0$.Από την κορυφή Β φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην Αχ, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 10)

ii. $\Delta\Gamma = A\Gamma - AB$ (Μονάδες 5)

β) Αν η γωνία $\widehat{B\Delta A}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΓ. (Μονάδες 10)



α) i) Επειδή $\hat{A}_{\varepsilon\xi} = 120^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$ (1) αφού $\hat{A} + \hat{A}_{\varepsilon\xi} = 180^\circ$ σχέσεις παραπληρωματικές

Επειδή Αx διχ $\hat{A}_{\varepsilon\xi} \Rightarrow x\hat{A}B = \dfrac{\hat{A}_{\varepsilon\xi}}{2} = 60^\circ$

Επειδή $B\Delta // Ax \Rightarrow \Delta\hat{B}A = B\hat{A}x = 60^\circ$ ως εντός εναλλάξ (2)

(1), (2) $\Rightarrow$ στο $A\hat{B}A$ και η γωνία $B\hat{\Delta}A = 60^\circ$ άρα $A\hat{B}A$ ισόπλευρο

με $AB = B\Delta = A\Delta$ (3)

ii) Έτσι $\Delta\Gamma = A\Gamma - A\Delta \overset{(3)}{=} A\Gamma - AB$.

β) Αν $B\hat{\Delta}A = 2\hat{\Gamma} \overset{(3)}{\Rightarrow} 60^\circ = 2\hat{\Gamma} \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 30^\circ$

Επίσης $B\hat{\Delta}A + B\hat{\Delta}\Gamma = 180^\circ$ σχέσεις παραπληρωματικές $\Rightarrow 60^\circ + B\hat{\Delta}\Gamma = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow B\hat{\Delta}\Gamma = 120^\circ$

Έτσι στο $B\hat{\Gamma}\Delta$ έχουμε: $B\hat{\Delta}\Gamma + \Delta\hat{\Gamma}B + \Gamma\hat{B}\Delta = 180^\circ \Leftrightarrow 120^\circ + 30^\circ + \Gamma\hat{B}\Delta = 180^\circ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Gamma\hat{B}\Delta = 180^\circ - 150^\circ \Leftrightarrow \Gamma\hat{B}\Delta = 30^\circ$