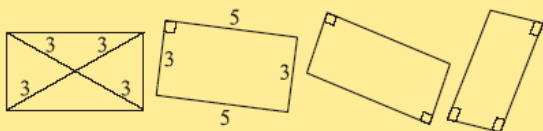


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

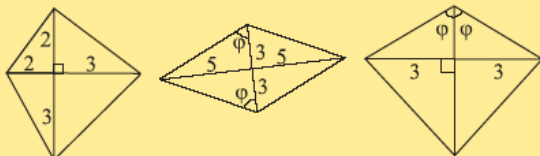
Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Ποια από τα παρακάτω τετράπλευρα είναι
i) ορθογώνια, ii) ρόμβοι, iii) τετράγωνα,
ποια όχι και γιατί;

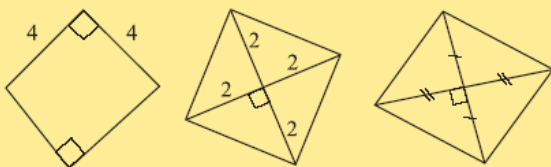
i)



ii)



iii)



2. Με ποιους τρόπους μπορούμε να αποδείξουμε ότι
ένα **τετράπλευρο** είναι:

i) Ορθογώνιο ii) Ρόμβος

3. Σε τι είδους τρίγωνα χωρίζονται τα παρακάτω σχήματα από τις διαγωνίους τους;

i) Ορθογώνιο ii) Ρόμβος iii) Τετράγωνο

4. Να αναφέρετε δύο ομοιότητες και δύο διαφορές που αφορούν πλευρές, γωνίες ή διαγωνίους μεταξύ των ζευγών των σχημάτων:

i) Τετράγωνο – Ρόμβος ii) Τετράγωνο – Ορθογώνιο

iii) Ορθογώνιο – Ρόμβος

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος του BA και M το μέσο της BA . Από το Δ φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$, που τέμνει την AB στο E . Αν η EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z να αποδείξετε ότι το ΔEBZ είναι ρόμβος.

2. Στις πλευρές AB και $B\Gamma$, τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ παίρνουμε σημεία E και Z αντίστοιχα, ώστε $AE = BZ$. Να αποδείξετε ότι

i) $AZ = \Delta E$, ii) $AZ \perp \Delta E$.

3. Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$, E και Z είναι τα μέσα των AD και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Αν H είναι το σημείο τομής των AZ και BE και Θ το σημείο τομής των DZ και ΓE , να αποδείξετε ότι το $E\Theta ZH$ είναι ρόμβος.

4. Να αποδείξετε ότι αν δύο κάθετα τμήματα έχουν τα άκρα τους στις απέναντι πλευρές τετραγώνου, τότε είναι ίσα.

5. Σημειώστε x σε κάθε σωστή πρόταση:

i) Οι διαγώνιοι του ρόμβου δεν είναι ίσες.

ii) Όλες οι γωνίες του ρόμβου είναι ίσες.

iii) Ένας ρόμβος με μία ορθή γωνία είναι τετράγωνο.

iv) Κάθε τετράγωνο είναι ρόμβος.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε $AE \perp \Delta\Gamma$ και $\Gamma Z \perp AB$. Να αποδείξετε ότι το $AZ\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.

2. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O και $BA = 2\Delta\Gamma$. Αν E, Z είναι τα μέσα των OB και OD αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το $A\Gamma Z E$ είναι ορθογώνιο.

3. Να αποδείξετε ότι αν οι διχοτόμοι των γωνιών παραλληλογράμμου δε συντρέχουν, τότε σχηματίζουν ορθογώνιο.

4. Να αποδείξετε ότι ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος, αν και μόνο αν οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του είναι ίσες.

5. Δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Παίρνουμε δύο σημεία E και Z της $A\Gamma$, ώστε $OE = OZ = OB = OD$. Να αποδείξετε ότι το ΔEBZ είναι τετράγωνο.

6. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Στις πλευρές $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και DA παίρνουμε σημεία K, Λ, M και N αντίστοιχα τέτοια, ώστε $AK = \Lambda B = \Gamma M = \Delta N$. Να αποδείξετε ότι το $K\Lambda M N$ είναι τετράγωνο.

Σύνθετα θέματα

1. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{B} = 45^\circ$. Από το μέσο M της $\Gamma\Delta$ φέρουμε κάθετο πάνω στη $\Gamma\Delta$ και έστω E και Z τα σημεία στα οποία αυτή τέμνει τις AD και $B\Gamma$ αντίστοιχα (ή τις προεκτάσεις τους). Να αποδείξετε ότι το $\Delta E\Gamma Z$ είναι τετράγωνο.

2. Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε $BE \perp \Delta\Gamma$. Αν η διχοτόμος της γωνίας $\Delta\hat{B}E$ τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο Z , να αποδείξετε ότι $B\Gamma = \Gamma Z$.

3. Να αποδείξετε ότι: i) το άθροισμα των αποστάσεων τυχαίου σημείου της βάσης ισοσκελούς τριγώνου από τις ίσες πλευρές του είναι σταθερό (και ίσο με ένα από τα ύψη του), ii) το άθροισμα των αποστάσεων τυχαίου σημείου, που βρίσκεται στο εσωτερικό ισοπλευρού τριγώνου, από τις πλευρές του είναι σταθερό (και ίσο με το ύψος του).