

5. Ποσοστά



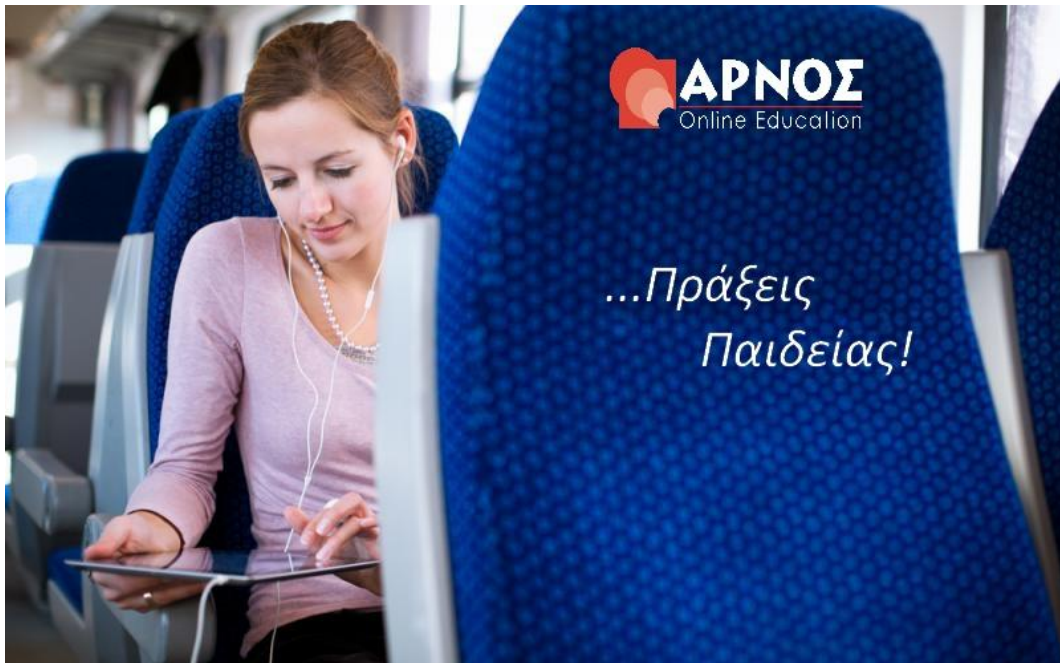
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

5.2 Προβλήματα με ποσοστά

σχ. βιβλίο (σ. 83)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 83)

5.2 Προβλήματα με ποσοστά

Άσκηση 1

Επιχειρηματίας αγόρασε μετοχές μιας εταιρείας προς 50 € τη μετοχή. Σε ένα μήνα η μετοχή έπεσε κατά 8% και το επόμενο διάστημα ανέβηκε 5% το μήνα.

(α) Ποια ήταν η τιμή της μετοχής στο τέλος του τρίτου μήνα;

(β) Η επένδυση του επιχειρηματία ήταν κερδοφόρα ή όχι;

(γ) Ποιο είναι το ποσοστό κέρδους ή ζημίας του, επί του αρχικού κεφαλαίου;

Λύση

(α) Τον 1ο μήνα, η τιμή της μετοχής έπεσε κατά:

$$8\% \cdot 50 = \frac{8}{100} \cdot 50 = \frac{8 \cdot 50}{100} = \frac{400}{100} = 400 : 100 = 4 \text{ €}$$

Συνεπώς, η τιμή της έγινε ίση με: $50 - 4 = 46 \text{ €}$

Το 2ο μήνα, η τιμή της μετοχής ανέβηκε κατά:

$$5\% \cdot 46 = \frac{5}{100} \cdot 46 = \frac{5 \cdot 46}{100} = \frac{230}{100} = 230 : 100 = 2,3 \text{ €}$$

Συνεπώς, η τιμή της έγινε ίση με: $46 + 2,3 = 48,3 \text{ €}$

Τον 3ο μήνα, η τιμή της μετοχής ανέβηκε κατά:

$$5\% \cdot 48,3 = \frac{5}{100} \cdot 48,3 = \frac{5 \cdot 48,3}{100} = \frac{241,5}{100} = 241,5 : 100 = 2,415 \text{ €}$$

Συνεπώς, η τιμή της έγινε ίση με: $48,3 + 2,415 = 50,715 \text{ €}$

(β) Η επένδυση ήταν κερδοφόρα, καθώς κάθε μετοχή έχει κέρδος:

$$50,715 - 50 = 0,715 \text{ €}$$

(γ) Γνωρίζουμε ότι κάθε μετοχή πωλείται στην τιμή των 50 €. Οπότε, το ποσοστό του κέρδους επί του αρχικού κεφαλαίου ανά μετοχή, ισούται με:

$$\frac{0,715}{50} = 0,715 : 50 = 0,0143 \text{ ή ισοδύναμα } \frac{1,43}{100}, \text{ δηλαδή } 1,43\% \text{ κέρδισε ο}$$

επενδυτής.

Άσκηση 2

Κεφάλαιο 80.000 € κατατέθηκε, σε λογαριασμό ταμειυτηρίου, με επιτόκιο 4,5% το χρόνο.

(α) Ποιος θα είναι ο τόκος στο τέλος του πρώτου έτους;

(β) Ποιος θα είναι ο τόκος στο τέλος του δεύτερου έτους, αν ο τόκος του πρώτου έτους έχει κεφαλαιοποιηθεί;

Λύση

(α) Ο τόκος στο τέλος του πρώτου έτους είναι ίσος με:

$$4,5\% \cdot 80.000 = \frac{4,5}{100} \cdot 80.000 = \frac{4,5 \cdot 80.000}{100} = \frac{360.000}{100} = 360.000 : 100 = 3.600 \text{ €}$$

(β) Καταρχήν, θα υπολογίσουμε το κεφάλαιο που θα έχει συγκεντρωθεί στο τέλος του 1^{ου} έτους: $80.000 + 3.600 = 83.600 \text{ €}$

Οπότε, ο τόκος στο τέλος του δεύτερου έτους είναι ίσος με:

$$4,5\% \cdot 80.000 = \frac{4,5}{100} \cdot 83.600 = \frac{4,5 \cdot 83.600}{100} = \frac{376.200}{100} = 376.200 : 100 = 3.762 \text{ €}$$

Άσκηση 3

Ένα καινούργιο αυτοκίνητο κοστίζει 20.000 €. Το αγόρασε κάποιος και μετά από 1 χρόνο ήθελε να το πουλήσει, κατά 30% λιγότερο, από όσο το αγόρασε.

Ο υποψήφιος αγοραστής έμαθε, ότι το ίδιο ακριβώς μοντέλο, καινούριο, κόστιζε 25.000 €.

(α) Σε ποια τιμή θα αγόραζε το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο;

(β) Τι ποσοστό της τιμής του καινούριου αυτοκινήτου είναι η τιμή του μεταχειρισμένου;

(γ) Αν ένα μαγαζί που πουλάει μεταχειρισμένα αυτοκίνητα δίνει το ίδιο μοντέλο σε τιμή 40% φτηνότερα από την τρέχουσα τιμή του καινούριου, από ποιον συμφέρει να αγοράσει το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο ο υποψήφιος αγοραστής;

Λύση

(α) Ο αγοραστής θα αγόραζε το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο στο $100\% - 30\% = 70\%$ της αξίας του. Οπότε, θα το αγόραζε στην τιμή των:

$$70\% \cdot 20.000 = \frac{70}{100} \cdot 20.000 = \frac{70 \cdot 20.000}{100} = \frac{1.400.000}{100} = 1.400.000 : 100 = 14.000 \text{ €}$$

(β) Για να υπολογίσουμε το ζητούμενο ποσοστό, θα διαιρέσουμε την τιμή του μεταχειρισμένου με την τιμή του καινούργιου αυτοκινήτου.

Οπότε: $\frac{14.000}{25.000} = 14.000 : 25.000 = 0,56$ ή ισοδύναμα $\frac{56}{100}$, δηλαδή 56%.

Συνεπώς, η τιμή του μεταχειρισμένου αυτοκινήτου είναι το 56% της τιμής του καινούριου.

(γ) Το μαγαζί πωλεί στο: $100\% - 40\% = 60\%$ της τιμής του καινούριου

αυτοκινήτου. Οπότε, το μαγαζί πωλεί στην τιμή των:

$$60\% \cdot 25.000 = \frac{60}{100} \cdot 25.000 = \frac{60 \cdot 25.000}{100} = \frac{1.500.000}{100} = 1.500.000 : 100 = 15.000$$

Αφού $14.000 < 15.000$, οπότε συμφέρει να αγοραστεί από τον πρώτο στην τιμή των 14.000 €.

Άσκηση 4

Σε ένα προϊόν, έγινε η προσφορά που φαίνεται στην πινακίδα. Στη συσκευασία του προϊόντος υπήρχε σημειωμένη η συγκεκριμένη, για το είδος, προσφορά, δηλαδή για κάθε 300 κ.εκ., πρόσθετα άλλα 100 κ.εκ.



(α) Σύμφωνα με όσα διαβάζεις, θεωρείς ότι αληθεύουν όσα γράφονται στην προσφορά;

(β) Σε ποια περίπτωση η εταιρεία θα προσέφερε, πράγματι, το 50% του προϊόντος ΔΩΡΕΑΝ;

Λύση

(α) Θα υπολογίσουμε το 50% των 300 κ.εκ.

$$50\% \cdot 300 = \frac{50}{100} \cdot 300 = \frac{50 \cdot 300}{100} = \frac{15.000}{100} = 15.000 : 100 = 150$$

και όχι 100 κ.εκ. Οπότε, δεν αληθεύουν όσα γράφονται στην προσφορά.

(β) Η εταιρεία θα προσέφερε πράγματι το 50% του προϊόντος ΔΩΡΕΑΝ, στην περίπτωση όπου για κάθε 300 κ.εκ. παρείχε επιπροσθέτως άλλα 150 κ.εκ.

Άσκηση 5

Τι κεφάλαιο πρέπει να καταθέσουμε στην τράπεζα, για να πάρουμε στο τέλος ενός έτους 1.000 €, αν το επιτόκιο είναι 2%;

Λύση

Έστω ότι x είναι το ζητούμενο κεφάλαιο σε €.

◇ Οπότε, ο τόκος που θα εισπράξουμε στο τέλος του χρόνου είναι:

$$2\% \cdot x = \frac{2}{100} \cdot x = 0,02 \cdot x$$

◇ Τελικά, το συνολικό ποσό που θα εισπράξουμε στο τέλος του χρόνου, ισούται με:

$$x + 0,02 \cdot x = 1 \cdot x + 0,02 \cdot x = (1 + 0,02) \cdot x = 1,02 \cdot x$$

◇ Γνωρίζουμε ότι το ποσό αυτό είναι ίσο με 1.000, οπότε καταλήγουμε στην εξίσωση: $1,02 \cdot x = 1.000$, οπότε: $x = 1000 : 1,02 = 980,39 \text{ €}$

Άρα, το κεφάλαιο που πρέπει να καταθέσουμε στην τράπεζα, ισούται με 980,39 €.

Άσκηση 6

Τα βασικά τέλη διμήνου για λογαριασμό του ΟΤΕ είναι 22 € και η χρέωση για κάθε μονάδα 0,07 €. Να βρεις πόσο θα πληρώσει ένας συνδρομητής, αν έχει κάνει 1500 μονάδες συνδιαλέξεων και επί του συνόλου υπολογίζεται ΦΠΑ 19%;

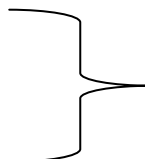


Λύση

Για τις 1.500 μονάδες συνδιαλέξεων, ο συνδρομητής θα πληρώσει:

◇ **Πάγιο:** 22 €

◇ **Κόστος κλήσεων:** $1.500 \cdot 0,07 = 105 \text{ €}$



Πριν το Φόρο, θα πληρώσει
συνολικά: $22 + 105 = 127 \text{ €}$

◇ Ο φόρος ΦΠΑ ισούται με:

$$19\% \cdot 127 = \frac{19}{100} \cdot 127 = \frac{19 \cdot 127}{100} = \frac{2.413}{100} = 2.413 : 100 = \mathbf{24,13 \text{ €}}$$

Συνολικά, ο συνδρομητής θα πληρώσει: $127 + 24,3 = 151,13 \text{ €}$

Άσκηση 7

Ένας έμπορος αγόρασε διάφορα προϊόντα συνολικής αξίας 30.000 €. Πλήρωσε τοις μετρητοίς το 40% και τα υπόλοιπα με συναλλαγματικές, σε 4 μηνιαίες δόσεις με τόκο 1% το μήνα. Να υπολογίσεις:

(α) Το συνολικό ποσό της επιβάρυνσης από τους τόκους που θα πληρώσει.

(β) Το ποσοστό της επιβάρυνσης αυτής, επί της αρχικής αξίας των προϊόντων.

Λύση

Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα της συγκεκριμένης Άσκησης, θα υπολογίσουμε καταρχήν τα ακόλουθα:

◇ **Αξία εμπορευμάτων:** 30.000 €

◇ **Ποσό που πλήρωσε τοις μετρητοίς:**

$$40\% \cdot 30.000 = \frac{40}{100} \cdot 30.000 = \frac{40 \cdot 30.000}{100} = \frac{1.200.000}{100} = 1.200.000 : 100 = 12.000 \text{ €}$$

◇ **Ποσό που πλήρωσε με συναλλαγματικές:** $30.000 - 12.000 = 18.000 \text{ €}$

(α) Τα ποσό κάθε δόσης, χωρίς τόκο, είναι ίσο με: $18000 : 4 = 4.500 \text{ €}$

- Ο τόκος της 1^{ης} δόσης ισούται με:

$$1\% \cdot 4.500 = \frac{1}{100} \cdot 4.500 = \frac{4.500}{100} = 4.500 : 100 = \mathbf{45 \text{ €}}$$

- Ο τόκος της 2^{ης} δόσης ισούται με: $2 \cdot 45 = \mathbf{90 \text{ €}}$, διότι η 2^η δόση θα καταβληθεί μετά από 2 μήνες.

- Ο τόκος της 3^{ης} δόσης ισούται με: $3 \cdot 45 = \mathbf{135 \text{ €}}$, διότι η 3^η δόση θα καταβληθεί μετά από 3 μήνες.

- Ο τόκος της 4^{ης} δόσης ισούται με: $4 \cdot 45 = \mathbf{180 \text{ €}}$, διότι η 4^η δόση θα καταβληθεί μετά από 4 μήνες.

Οπότε, το συνολικό ποσό της επιβάρυνσης από τους τόκους που θα πληρώσει ο έμπορος, ισούται με: $\mathbf{45 + 90 + 135 + 180 = 450 \text{ €}}$

(β) Το ποσοστό της επιβάρυνσης επί της αρχικής αξίας των εμπορευμάτων, είναι ίσο με:

$$\frac{450}{30.000} \text{ ή ισοδύναμα: } 450 : 30.000 = 0,015, \text{ δηλαδή, } \frac{1,5}{100} \text{ οπότε } 1,5\%.$$

Δηλαδή η επιβάρυνση είναι 1,5% της αρχικής αξίας.

Άσκηση 8

Ένας τεχνικός είχε έσοδα σε ένα τρίμηνο 8.330 €. Πόσο ΦΠΑ (19%) πρέπει να αποδώσει στην εφορία;

Λύση

Βάσει των δεδομένων μας, αν ο τεχνικός έχει έσοδα 119 €, η οφειλή είναι 19 €, οπότε ο ΦΠΑ ισούται με τα $\frac{19}{119}$ των εσόδων.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση όπου τα έσοδα ισούνται με 8.330 €, ο ΦΠΑ που πρέπει να αποδώσει είναι:

$$\frac{19}{119} \cdot 8330 = \frac{19 \cdot 8330}{119} = \frac{158.270}{119} = 158.270 : 119 = 1.330 \text{ €}$$

Άσκηση 9

Ένα ψυγείο κοστίζει τοις μετρητοίς, 1200 € χωρίς το ΦΠΑ 19%. Κάποιος το αγόρασε με 50% προκαταβολή και το υπόλοιπο, σε 6 μηνιαίες δόσεις με τόκο 3% το μήνα.

(α) Να υπολογίσεις πόσα χρήματα έδωσε, ως προκαταβολή, αν μαζί με αυτήν κατέβαλε και ολόκληρο το ποσό του ΦΠΑ.

(β) Ποιο ήταν το ποσό της κάθε δόσης;

(γ) Πόσο του στοίχισε συνολικά το ψυγείο;

Λύση

(α) Το συνολικό ποσό των χρημάτων που έδωσε, ισούται με:

$$\text{ΠΟΣΟ ΠΟΥ ΕΔΩΣΕ} = \text{ΠΡΟΚΑΤΑΒΟΛΗ} + \text{ΦΠΑ}$$

◇ **ΠΡΟΚΑΤΑΒΟΛΗ:**

$$50\% \cdot 1200 = \frac{50}{100} \cdot 1200 = \frac{50 \cdot 1200}{100} = \frac{60.000}{100} = 60.000 : 100 = 600 \text{ €}$$

◇ **ΦΠΑ:** $19\% \cdot 1200 = \frac{19}{100} \cdot 1200 = \frac{19 \cdot 1200}{100} = \frac{22.800}{100} = 22.800 : 100 = 228 \text{ €}$

Οπότε, το ποσό των χρημάτων που έδωσε, ισούται με: $600 + 228 = \mathbf{828 \text{ €}}$

(β) Το υπόλοιπο ποσό είναι: $1.200 - 600 = 600 \text{ €}$

Ποσό κάθε δόσης, χωρίς τόκο, ισούται με: $600 : 6 = 100 \text{ €}$

Το ποσό της κάθε δόσης, χωρίς τόκο, είναι:

◇ Τόκος 1^{ης} δόσης: $3\% \cdot 600 = \frac{3}{100} \cdot 600 = \frac{3 \cdot 600}{100} = \frac{1.800}{100} = 1.800 : 100 = 18 \text{ €}$

Οπότε, η 1η δόση είναι ίση με: $100 + 18 = \mathbf{118 \text{ €}}$

και έμεινε υπόλοιπο: $600 - 100 = 500 \text{ €}$

◇ Τόκος 2^{ης} δόσης: $3\% \cdot 500 = \frac{3}{100} \cdot 500 = \frac{3 \cdot 500}{100} = \frac{1.500}{100} = 1.500 : 100 = 15 \text{ €}$

Οπότε, η 2η δόση είναι ίση με: $100 + 15 = \mathbf{115 \text{ €}}$

και έμεινε υπόλοιπο: $500 - 100 = 400 \text{ €}$

$$\diamond \text{ Τόκος 3}^{\text{ης}} \text{ δόσης: } 3\% \cdot 400 = \frac{3}{100} \cdot 400 = \frac{3 \cdot 400}{100} = \frac{1.200}{100} = 1.200 : 100 = 12 \text{ €}$$

Οπότε, η 3η δόση είναι ίση με: $100 + 12 = 112 \text{ €}$

και έμεινε υπόλοιπο: $400 - 100 = 300 \text{ €}$

$$\diamond \text{ Τόκος 4}^{\text{ης}} \text{ δόσης: } 3\% \cdot 300 = \frac{3}{100} \cdot 300 = \frac{3 \cdot 300}{100} = \frac{900}{100} = 900 : 100 = 9 \text{ €}$$

Οπότε, η 4η δόση είναι ίση με: $100 + 9 = 109 \text{ €}$

και έμεινε υπόλοιπο: $300 - 100 = 200 \text{ €}$

$$\diamond \text{ Τόκος 5}^{\text{ης}} \text{ δόσης: } 3\% \cdot 200 = \frac{3}{100} \cdot 200 = \frac{3 \cdot 200}{100} = \frac{600}{100} = 600 : 100 = 6 \text{ €}$$

Οπότε, η 5η δόση είναι ίση με: $100 + 6 = 106 \text{ €}$

και έμεινε υπόλοιπο: $200 - 100 = 100 \text{ €}$

$$\diamond \text{ Τόκος 6}^{\text{ης}} \text{ δόσης: } 3\% \cdot 100 = \frac{3}{100} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 100}{100} = \frac{300}{100} = 300 : 100 = 3 \text{ €}$$

Οπότε, η 6η δόση είναι ίση με: $100 + 3 = 103 \text{ €}$

(γ) Για να υπολογίσουμε όσο στοίχισε συνολικά το ψυγείο, θα πρέπει να υπολογίσουμε καταρχήν το συνολικό κόστος των δόσεων:

$$118 + 115 + 112 + 109 + 106 + 103 = 663 \text{ €}$$

Κατά συνέπεια, το ψυγείο στοίχισε συνολικά: $828 + 663 = 1.491 \text{ €}$

Άσκηση 10

Για τη διπλανή διαφήμιση:

(α) Πόσο είναι το ΦΠΑ που πρέπει να

πληρώσουμε;

(β) Πόσο θα στοιχίσει το ραδιοκασετόφωνο,

αν το αγοράσουμε με δόσεις;

(γ) Αν το τραπεζικό επιτόκιο είναι 10%, ποια επιλογή αγοράς μας συμφέρει, με την προϋπόθεση, ότι έχουμε όλο το απαιτούμενο ποσό σε λογαριασμό ταμειευτηρίου;



Λύση

(α) Το ΦΠΑ που πρέπει να πληρώσουμε, ισούται με:

$$19\% \cdot 350 = \frac{19}{100} \cdot 350 = \frac{19 \cdot 350}{100} = \frac{6.650}{100} = 6.650 : 100 = 66,5 \text{ €}$$

(β) Αν αγοράσουμε το ραδιοκασετόφωνο, χωρίς δόσεις, θα πληρώσουμε

$$30 \cdot 16 = 480 \text{ € (χωρίς να έχουμε συμπεριλάβει το ΦΠΑ)}$$

Οπότε, αν το αγοράσουμε με δόσεις, το ραδιοκασετόφωνο, (μαζί με το ΦΠΑ) θα στοιχίσει: $480 + 66,5 = 546,5 \text{ €}$

(γ) Αν πληρώσουμε τοις μετρητοίς, το ραδιόφωνο κοστίζει: $350 + 66,5 = 416,5 \text{ €}$

Το ετήσιο επιτόκιο 10% για τα 416,5 €, ισούται με:

$$10\% \cdot 416,5 = \frac{10}{100} \cdot 416,5 = \frac{10 \cdot 416,5}{100} = \frac{4.165}{100} = 4.165 : 100 = 41,65 \text{ €}$$

◇ Στο τέλος του πρώτου χρόνου τα 416,5 €, θα γίνουν: $416,5 + 41,65 = 458,15$ €

◇ Στο τέλος των 4 επόμενων μηνών, η προσαύξηση θα ισούται με:

$$10\% \cdot \frac{4}{12} \cdot 458,15 = \frac{10}{100} \cdot \frac{1}{3} \cdot 458,15 = \frac{10 \cdot 1 \cdot 458,15}{100 \cdot 3} = \frac{4581,5}{300} = 4581,5 : 300 \approx 15,27 \text{ €}$$

Οπότε, στο τέλος των 4 επόμενων μηνών, θα έχει συγκεντρωθεί ποσό ίσο με:

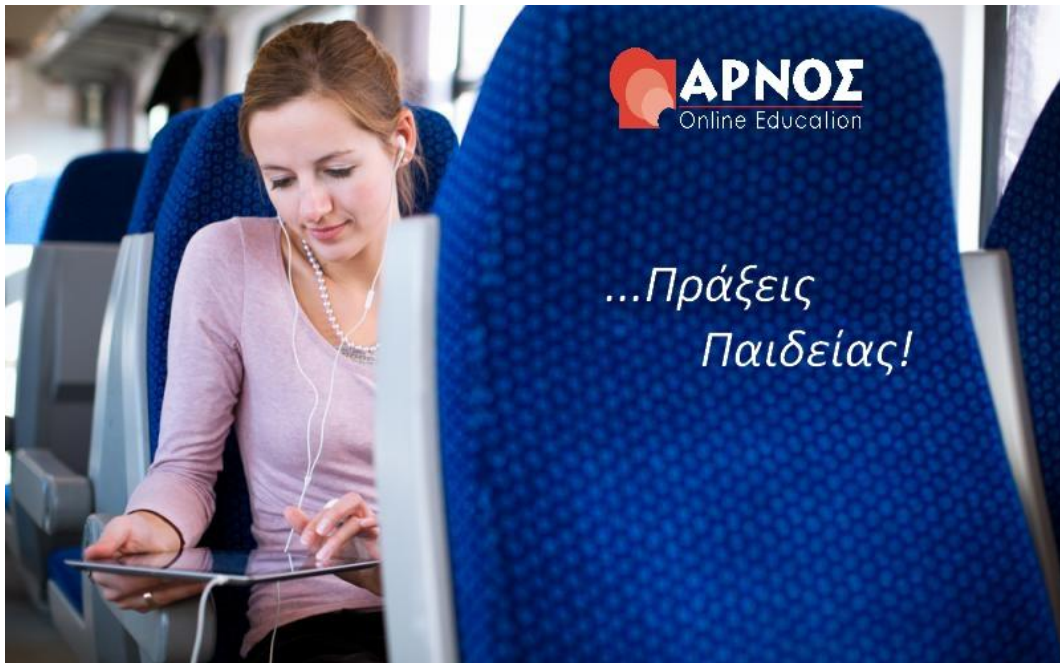
$$458,15 + 15,27 = 473,42 \text{ €}$$

το οποίο είναι ποσό μικρότερο από τα 546,5 €, οπότε συμφέρει να πληρώσουμε
τους μετρητοίς.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής – Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!