ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$ με $\overset{\wedge}{\mathrm{A}} = 120^o$. Φέρουμε ημιευθεία Αx κάθετη στην ΑΓ στο Α, η οποία τέμνει τη ΒΓ στο Δ. Έστω Λ το μέσο του ΑΒ και Κ το μέσο του ΔΓ.

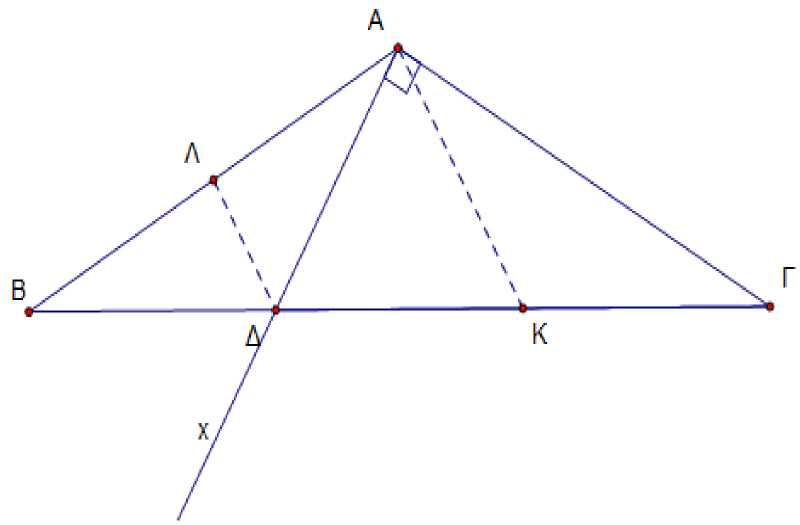
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{A\Delta B}}$ είναι ισοσκελές (Μονάδες 8)

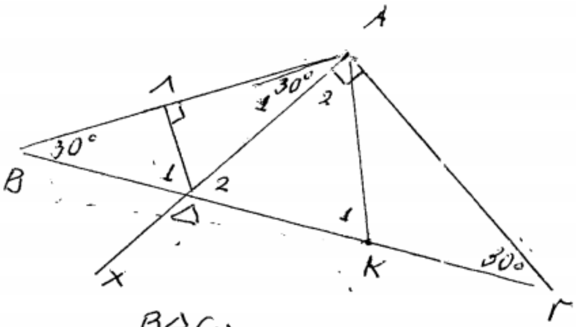
β) $\Delta\Gamma = 2\mathrm{B}\Delta$ (Μονάδες 8)

γ) $\Lambda\Delta // \mathrm{AK}$ (Μονάδες 5)

δ) ΑΚ=2ΛΔ (Μονάδες 4)



4801
Θέμα 4ο



α) Είναι προφανές γιατί το ΑΒΓ είναι ισοσκελές και επειδή $\hat{A}=120^\circ \Rightarrow \hat{B}=\hat{Γ}=30^\circ$ και η $\hat{A}_1=120^\circ-90^\circ=30^\circ$

β) Επειδή $\hat{B}=30^\circ \Rightarrow \hat{Δ}_1=60^\circ \Rightarrow ΔΛ=\frac{BΔ}{2}$ (1)

επειδή $\hat{A}_1=30^\circ \Rightarrow ΔΛ=\frac{AΔ}{2}$ (2)

Από (1) και (2) $\Rightarrow BΔ=AΔ$ (3)

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΔΑΓ η διάμεσος $AK=\frac{BΔ}{2}=ΔK$

επομένως $\hat{Δ}_2=\hat{A}_2=60^\circ \Rightarrow \hat{K}_1=60^\circ$ δηλαδή το ΑΔΚ τρίγωνο είναι ισόπλευρο $AΔ=\frac{ΔΓ}{2}$ (4)

Από (3) και (4) $\Rightarrow BΔ=\frac{ΔΓ}{2} \Rightarrow ΔΓ=2BΔ$.

γ) Είναι $\hat{A}_2=A\hat{Δ}Λ=60^\circ$ άρα $ΛΔ \parallel AK$ διότι τεμνόμενες από την ΑΔ σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες.

δ) Επειδή από (β) ερώτημα $BΔ=\frac{ΔΓ}{2}=ΔK$ η $ΔΛ \overset{\parallel}{=} \frac{AK}{2} \Rightarrow AK=2ΔΛ$.

Ευχαριστούμε θερμά για την επίλυση των θεμάτων τον κ. Πολύδωρο Γεωργιακάκη.