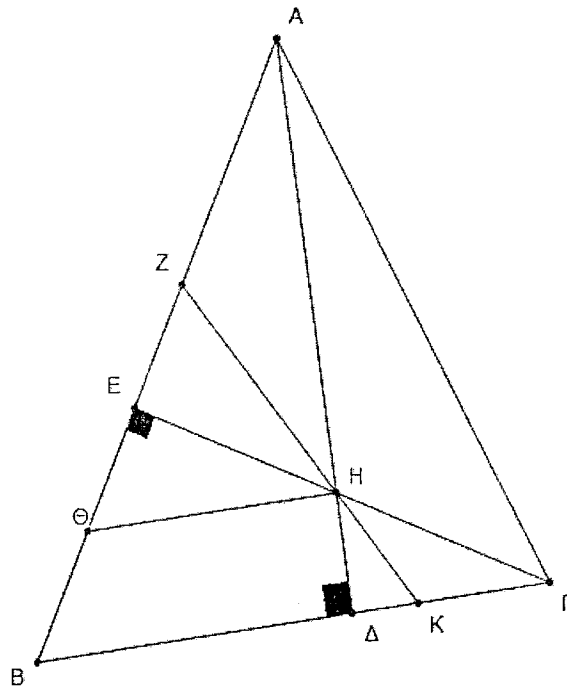


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $B=60^\circ$. Φέρνουμε τα ύψη $A\Delta$ και ΓE που τέμνονται στο H . Φέρνουμε KZ διχοτόμο της γωνίας EHA και ΘH κάθετο στο ύψος $A\Delta$. Να αποδείξετε ότι:

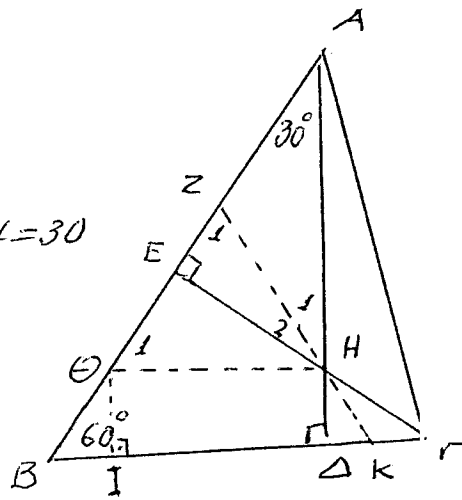
- α) Για το τμήμα ZE ισχύει $ZH=2EZ$. (Μονάδες 9)
 β) Το τρίγωνο ΘZH είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)
 γ) Το τετράπλευρο ΘHKB είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)



4737

Θέμα 4^ο

α) Στο τρίγωνο $AΕΗ$ η γωνία $\hat{E}AΗ = 30^\circ$
 οπότε $\hat{E}H A = 60^\circ$ και επειδή $EA = EH$
 διχοτόμος $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 30^\circ$
 επομένως $\hat{Z}_1 = 60^\circ$ και η
 $EZ = \frac{ZH}{2} \Rightarrow ZH = 2EZ$



β) Επειδή $\theta H \parallel BΓ$ είναι $\hat{B} = \hat{\theta}_1 = 60^\circ$
 ως εντός, εντός και ενώ τα αυτά τριγ θH και $BΓ$
 που τέμνονται κηο την AB .

οπότε $\hat{\theta}_1 = \hat{\lambda}_1 = 60^\circ$. ομοχρεωτικά θα είναι $\hat{Z}H\theta = 60^\circ$
 άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

γ) Φέρουμε $\theta I \perp BΓ$ τα τρίγωνα $\theta B I$ και $H K \Delta$

έχουν $\hat{I} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\theta I = H \Delta$ και $\hat{B} = \hat{K} = 60^\circ$

διότι λόγω του $E B Γ$ τρίγωνου η $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και από το $\Gamma H \Delta$ η $\hat{\Delta} H \Gamma = 60^\circ$
 και επειδή $H K$ διχοτόμος τις $\Delta H \Gamma$ ή $K H \Delta = 30^\circ$ οπότε $\hat{H} K \Delta = 60^\circ$

επομένως τα τρίγωνα είναι ίσα άρα $H K = \theta B$
 και το $B \theta H K$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.