

## 4. Περιγραφική Στατιστική

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot \Delta_i}{\Delta}$$

---

*Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου*

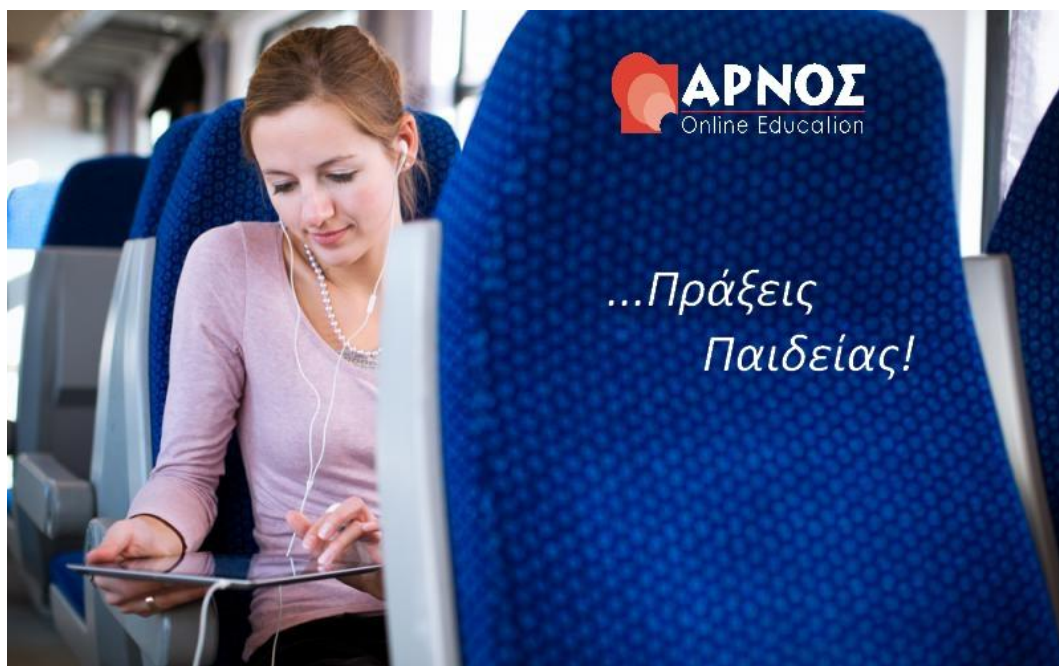
---

### 4.5 Μέση τιμή - Διάμεσος

σχ. βιβλίο (σ.σ. 102-103)

# Φροντιστηριακό e-μάθημα

**Γυμνάσιο:** 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία  
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



**Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!**



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία  
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης  
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



**Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 102-103)****4.5 Μέση τιμή - Διάμεσος****Ερωτήσεις κατανόησης**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να κυκλώστε τις σωστές απαντήσεις

**Ερώτηση 1.**

Το άθροισμα 50 παρατηρήσεων είναι 100 . Η μέση τιμή είναι

A: 500      B: 5      Γ:  $\frac{1}{2}$       Δ: 2

**Απάντηση**

$$\text{Από τον τύπο : Μέση τιμή} = \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}} = \frac{100}{50} = 2$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η **Δ**

**Ερώτηση 2.**

Η μέση τιμή 100 παρατηρήσεων είναι 28,2 . Το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι

A: 2,82      B: 282      Γ: 2820      Δ: 0,282

**Απάντηση**

$$\text{Από τον τύπο : Μέση τιμή} = \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}} \quad \text{έχουμε}$$

$$28,2 = \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{100} \quad \text{άρα}$$

άθροισμα παρατηρήσεων =  $28,2 \cdot 100 = 2820$     Οπότε σωστή απάντηση είναι η **Γ**

**Ερώτηση 3.**

Η μέση τιμή μιας κατανομής είναι 3 και το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι 60 .

Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι

A: 5            B: 20            Γ: 180            Δ:  $\frac{3}{60}$

**Απάντηση**

Από τον τύπο : Μέση τιμή =  $\frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}}$  έχουμε

$$3 = \frac{60}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}} \quad \text{οπότε} \quad \text{πλήθος παρατηρήσεων} = \frac{60}{3} = 20$$

Σωστή απάντηση είναι η **B**

**Ερώτηση 4.**

Από τις παρακάτω παρατηρήσεις που είναι τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά μεγέθους λείπει η 5<sup>η</sup> κατά σειρά παρατήρηση

2      3      5      7 ..... 14      14      15

**α)** Αν η διάμεσος είναι 7, η παρατήρηση που λείπει είναι

A: 7      B: 8      Γ: 9      Δ: 10

**β)** Αν η διάμεσος είναι 8, η παρατήρηση που λείπει είναι

A: 7      B: 8      Γ: 9      Δ: 10

**γ)** Αν η διάμεσος είναι 8,5 , η παρατήρηση που λείπει είναι

A: 7      B: 8      Γ: 9      Δ: 10

**Απάντηση**



$$\text{Μέση τιμή} = \frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{9}$$

Σωστή απάντηση είναι η Δ

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr)

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



...Πράξεις Παιδείας!

## Ασκήσεις

### Άσκηση 1.

Να υπολογιστεί η μέση τιμή των παρατηρήσεων κάθε γραμμής

α) 7, 7, 7, 7, 7, 7

β) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

γ) -3, -2, -2, 0, 1, 1, 1

δ)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$

### Λύση

α) Το άθροισμα παρατηρήσεων είναι :  $6 \cdot 7 = 42$

Το πλήθος παρατηρήσεων είναι: 6.

Άρα η μέση τιμή είναι:  $\frac{42}{6} = 7$

β) Το άθροισμα παρατηρήσεων είναι :  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$

Το πλήθος παρατηρήσεων είναι: 10

Άρα η μέση τιμή είναι:  $\frac{55}{10} = 5,5$

γ) Το άθροισμα παρατηρήσεων είναι:  $-3 + 2(-2) + 0 + 3 \cdot 1 = -3 - 4 + 3 = -4$

Το πλήθος παρατηρήσεων είναι: 7

Άρα η μέση τιμή είναι:  $-\frac{4}{7}$

δ) Το άθροισμα παρατηρήσεων είναι:  $2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{127}{60}$

Το πλήθος παρατηρήσεων είναι: 6

Άρα η μέση τιμή είναι:  $\frac{\frac{127}{60}}{6} = \frac{127}{360}$

## Άσκηση 2.

Να βρείτε την διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε γραμμής

α) 4, 3, 2, 1, -1, -2

β) 2, 2, 4, 2, 3, 3, 1

γ) 100, 101, 99, 98, 101, 102, 103

δ) -5, -2, 0, 1, 3, -4

## Λύση

α) Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

-2, -1, **1**, **2**, 3, 4

Η διάμεσος είναι ίση με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι ζυγός αριθμός.

Οπότε η διάμεσος δ είναι ίση με:  $\delta = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$

β) Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

1 2 2 **2** 3 3 4

Η διάμεσος είναι ίση με τη μεσαία παρατήρηση όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι μονός αριθμός, άρα  $\delta = 2$

γ) Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

98    99    100    **101**    101    102    103

Η διάμεσος είναι ίση με τη μεσαία παρατήρηση όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι μονός αριθμός. Άρα  $\delta = 101$

δ) Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

-5, -4, **-2**, **0**, 1, 3,

Η διάμεσος είναι ίση με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι ζυγός αριθμός.

$$\text{Άρα } \delta = \frac{-2+0}{2} = -1$$

### Άσκηση 3.

Η βαθμολογία σε 14 μαθήματα του πρώτου τετραμήνου δύο μαθητών της

Β Γυμνασίου είναι

**A μαθητής**

18 17 16 19 20 16 17 19 18 18 19 18 19 17

**B μαθητής**

19 19 18 18 19 20 18 17 19 19 18 19 18 20

α) Να βρείτε τον μέσο όρο της βαθμολογίας κάθε μαθητή

β) Να εκτιμήσετε ποιος μαθητής έχει καλύτερη επίδοση

γ) Να βρείτε την διάμεσο της βαθμολογίας κάθε μαθητή

**Λύση****α) Α Μαθητής**

$$\begin{aligned}\text{μέσος όρος} &= \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}} = \frac{18 \cdot 4 + 17 \cdot 3 + 16 \cdot 2 + 19 \cdot 4 + 20}{14} = \\ &= \frac{251}{14} = 17,92\end{aligned}$$

**Β Μαθητής**

$$\begin{aligned}\text{μέσος όρος} &= \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}} = \frac{18 \cdot 5 + 17 + 19 \cdot 6 + 20 \cdot 2}{14} = \frac{261}{14} \\ &= 18,64\end{aligned}$$

**β)** Καλύτερη επίδοση έχει ο Β μαθητής**γ)** Για τον Α μαθητή, η βαθμολογία σε αύξουσα σειρά είναι

16 16 17 17 17 18 18 18 18 19 19 19 19 20

Η διάμεσος δ είναι ίση με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι ζυγός αριθμός.

$$\text{Άρα } \delta = \frac{18 + 18}{2} = 18$$

Ομοίως για τον Β μαθητή βρίσκουμε ότι η διάμεσος είναι ίση με 19

**Άσκηση 4.**

Το ύψος των 12 παικτών της ομάδας μπάσκετ της ΑΕΚ σε cm είναι :

192, 197, 197, 198, 198, 200, 200, 201, 201, 204, 205, 206

**α)** Να βρείτε το μέσο ύψος της ομάδας**β)** Να βρείτε την διάμεσο των υψών της ομάδας.

**γ)** Αν ο παίχτης με ύψος 192 cm αντικατασταθεί με άλλον ύψους 200cm, ποιο είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας ;

### Λύση

$$\alpha) \text{ Μέσο ύψος} = \frac{192 + 2 \cdot 197 + 2 \cdot 198 + 2 \cdot 200 + 2 \cdot 201 + 204 + 205 + 206}{12} =$$

$$= \frac{2399}{12} = 199,9$$

β) Τα ύψη είναι σε αύξουσα σειρά

192 197 197 198 198 200 200 201 201 204 205 206

Η διάμεσος δ είναι ίση με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι ζυγός αριθμός.

$$\text{Άρα } \delta = \frac{200 + 200}{2} = 200$$

γ) Το νέο μέσο ύψος θα είναι :

$$M = \frac{2 \cdot 197 + 2 \cdot 198 + 3 \cdot 200 + 2 \cdot 201 + 204 + 205 + 206}{12} = \frac{2407}{12} = 200,58 \text{ cm}$$

### Άσκηση 5.

Η θερμοκρασία το μεσημέρι κάθε ημέρας του Νοεμβρίου στον Άλιμο είναι

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 14 | 12 | 16 | 10 | 14 | 18 | 16 | 17 | 14 |
| 16 | 12 | 17 | 10 | 12 | 14 | 14 | 16 | 12 | 14 |
| 18 | 14 | 10 | 14 | 16 | 10 | 18 | 12 | 16 | 14 |

α) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

β) Να βρείτε την μέση θερμοκρασία και την διάμεσο των θερμοκρασιών

### Λύση

Για να βρούμε τις σχετικές συχνότητες χρησιμοποιούμε τον τύπο :

$$\text{Σχετική συχνότητα \%} = \frac{\text{συχνότητα}}{\text{συνολο παρατηρήσεων}} \cdot 100$$

Από τα δεδομένα του προβλήματος και την σχετική διαλογή προκύπτει ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

| Θερμοκρασία | Συχνότητες | Σχετ. Συχνότητες % |
|-------------|------------|--------------------|
| 10          | 5          | 16,67              |
| 12          | 5          | 16,67              |
| 14          | 9          | 30                 |
| 16          | 6          | 20                 |
| 17          | 2          | 6,66               |
| 18          | 3          | 10                 |
| Σύνολο      | 30         | 100                |

β) Μέση θερμοκρασία =  $\frac{5 \cdot 10 + 5 \cdot 12 + 9 \cdot 14 + 6 \cdot 16 + 2 \cdot 17 + 3 \cdot 18}{30} = \frac{420}{30} = 14$

Για να βρούμε την διάμεσο δ, αφού τοποθετήσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά, πράγμα που φαίνεται στον πίνακα συχνοτήτων, και επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιος, βρίσκουμε ποιες είναι οι δύο μεσαίες παρατηρήσεις. Στις 30 παρατηρήσεις οι δύο μεσαίες είναι οι 15<sup>η</sup> και 16<sup>η</sup>, Από τον πίνακα συχνοτήτων διαπιστώνουμε ότι η 15<sup>η</sup> και η 16<sup>η</sup> παρατηρήσεις έχουν τιμή 14. Άρα  $\delta = \frac{14 + 14}{2}$

### Άσκηση 6.

Σε μία πόλη 200 παιδιά παρουσιάζουν αλλεργική αντίδραση σ' ένα φάρμακο σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

| Ηλικία παιδιών | Συχνότητα |
|----------------|-----------|
| 0 – 2          | 50        |
| 2 – 4          | 40        |
| 4 – 6          | 60        |
| 6 – 8          | 30        |
| 8 – 10         | 10        |
| 10 – 12        | 10        |

α) Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων της κατανομής.

β) Να βρείτε την μέση ηλικία των παιδιών

### Λύση

α) Ο πίνακας συχνοτήτων συμπληρωμένος και με την στήλη των σχετικών συχνοτήτων καθώς και με τις στήλες **κέντρο κλάσης** και **στήλη του**

γινόμενου : **( κέντρο κλάσης ) · συχνότητα** είναι ο παρακάτω

| Ηλικία παιδιών | Συχνότητα  | Κέντρο κλάσης | Σχετική συχνότητα | ( κέντρο κλάσης ) · συχνότητα |
|----------------|------------|---------------|-------------------|-------------------------------|
| 0-2            | 50         | 1             | 0,25              | 50                            |
| 2-4            | 40         | 3             | 0,20              | 120                           |
| 4-6            | 60         | 5             | 0,30              | 300                           |
| 6-8            | 30         | 7             | 0,15              | 210                           |
| 8-10           | 10         | 9             | 0,05              | 90                            |
| 10-12          | 10         | 11            | 0,05              | 110                           |
| <b>Σύνολα</b>  | <b>200</b> | <b>--</b>     | <b>1</b>          | <b>880</b>                    |

β) Για να βρούμε τη μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής:

Βρίσκουμε τα κέντρα των κλάσεων.

Πολλαπλασιάζουμε το κέντρο κάθε κλάσης με τη συχνότητα της κλάσης αυτής.

Προσθέτουμε όλα τα γινόμενα.

Διαιρούμε το άθροισμα αυτό με το άθροισμα των συχνοτήτων.

Έτσι βρίσκουμε ότι η μέση ηλικία  $\bar{x}$  είναι:  $\bar{x} = \frac{880}{200} = 4,4$  έτη

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr)

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



...Πράξεις Παιδείας!

### Άσκηση 7.

Οι ηλικίες ενός δείγματος 200 φιλάθλων που παρακολουθούν έναν αγώνα τένις είναι :

| Ηλικία        | Συχνότητα  |
|---------------|------------|
| 9–15          | 24         |
| 15–21         | 48         |
| 21–27         | 56         |
| 27–33         | 36         |
| 33–39         | 24         |
| 39–45         | 12         |
| <b>ΣΥΝΟΛΟ</b> | <b>200</b> |

Να βρείτε την μέση ηλικία των φιλάθλων

### Λύση

Για να βρούμε τη μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής:

**Βρίσκουμε τα κέντρα των κλάσεων.**

**Πολλαπλασιάζουμε το κέντρο κάθε κλάσης με τη συχνότητα της κλάσης αυτής.**

**Προσθέτουμε όλα τα γινόμενα.**

**Διαιρούμε το άθροισμα αυτό με το άθροισμα των συχνοτήτων.**

Για τους παραπάνω λόγους δημιουργούμε τον πίνακα

| Ηλικία        | Συχνότητα  | Κέντρο Κλάσης | ( κέντρο κλάσης ) · συχνότητα |
|---------------|------------|---------------|-------------------------------|
| 9-15          | 24         | 12            | 288                           |
| 15-21         | 48         | 18            | 864                           |
| 21-27         | 56         | 24            | 1344                          |
| 27-33         | 36         | 30            | 1080                          |
| 33-39         | 24         | 36            | 864                           |
| 39-45         | 12         | 42            | 504                           |
| <b>Σύνολο</b> | <b>200</b> | <b>.....</b>  | <b>4944</b>                   |

Επομένως η μέση τιμή  $\bar{x}$  των ηλικιών είναι ίση με:  $\bar{x} = \frac{4944}{200} = 24,72$  έτη

### Άσκηση 8.

Μία ένωση καταναλωτών κατέγραψε την τιμή πώλησης ενός προϊόντος (σε €) σε 20 διαφορετικά σημεία πώλησης με τα παρακάτω αποτελέσματα

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 47 | 51 | 45 | 54 | 49 | 46 | 52 | 48 | 50 |
| 51 | 49 | 52 | 49 | 47 | 50 | 54 | 52 | 49 | 53 |

α) i) Να τοποθετήσετε τα δεδομένα αυτά σε πίνακα συχνοτήτων

ii) Να βρείτε την τιμή πώλησης M του προϊόντος

β) i) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κλάσεις όπως φαίνεται στον διπλανό πίνακα

ii) Να βρείτε την μέση τιμή πώλησης M' των ομαδοποιημένων δεδομένων του πίνακα

iii) Ποια είναι η πραγματική μέση τιμή η M ή η M' ;

| Κλάσεις | Συχνότητες |
|---------|------------|
| 45 – 47 |            |
| 47 – 49 |            |
| ...     |            |
| ...     |            |
| ...     |            |

### Λύση

i) Με βάση τα δεδομένα και την σχετική διαλογή ο πίνακας συχνοτήτων είναι ο διπλανός

ii) Μέση τιμή :  $M = \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος παρατηρήσεων}} =$

| Τιμές  | Συχνότητες |
|--------|------------|
| 45     | 1          |
| 46     | 1          |
| 47     | 2          |
| 48     | 1          |
| 49     | 4          |
| 50     | 3          |
| 51     | 2          |
| 52     | 3          |
| 53     | 1          |
| 54     | 2          |
| Σύνολο | 20         |

$$\frac{1 \cdot 45 + 1 \cdot 46 + 2 \cdot 47 + 1 \cdot 48 + 4 \cdot 49 + 3 \cdot 50 + 2 \cdot 51 + 3 \cdot 52 + 1 \cdot 53 + 2 \cdot 54}{20} = \frac{998}{20} = 49,9 \text{ €}$$

β) i) Τα δεδομένα ομαδοποιημένα σε κλάσεις

| Τιμές         | Συχνότητες |
|---------------|------------|
| 45 – 47       | 2          |
| 47 – 49       | 3          |
| 49 – 51       | 7          |
| 51 – 53       | 5          |
| 53 – 55       | 3          |
| <b>Σύνολο</b> | <b>20</b>  |

ii) Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής θα χρειαστούμε τον πίνακα

| Κλάσεις       | Συχνότητες | Κέντρο<br>Κλάσης | ( κέντρο κλάσης ) · συχνότητα |
|---------------|------------|------------------|-------------------------------|
| 45-47         | 2          | 46               | 92                            |
| 47-49         | 3          | 48               | 144                           |
| 49-51         | 7          | 50               | 350                           |
| 51-53         | 5          | 52               | 260                           |
| 53-55         | 3          | 54               | 162                           |
| <b>Σύνολα</b> | <b>20</b>  | <b>.....</b>     | <b>1008</b>                   |

Η μέση τιμή πώλησης  $M'$  των ομαδοποιημένων δεδομένων του πίνακα

$$\text{είναι } M' = \frac{1008}{20} = 50,4 \text{ έτη}$$

iii) Η πραγματική μέση τιμή είναι η  $M = 49,9$  έτη

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr)

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd - Μαθηματικός



**...Πράξεις Παιδείας!**