Ιδιότητες συζυγών

I. Για τους συζυγείς μιγαδικούς αριθμούς $z = \alpha + \beta i$ και $\overline{z} = \alpha - \beta i$ ισχύουν:

i. $z\overline{z} = \alpha^2 + \beta^2$ **ii.** $z + \overline{z} = 2\alpha = 2\operatorname{Re}(z)$ **iii.** $z - \overline{z} = 2\beta i = 2(\operatorname{Im}(z))i$

II. Έστω ο μιγαδικός αριθμός $z = \alpha + \beta i$. Τότε:

i. Ο αριθμός z είναι πραγματικός αν και μόνο αν $\overline{z} = z$

ii. Ο αριθμός z είναι φανταστικός αν και μόνο αν $\overline{z} = -z$

III. Για τους μιγαδικούς z, z_1, z_2 ισχύουν

i. $\overline{\overline{z}} = z$

ii. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ και γενικότερα $\overline{z_1 + z_2 + \ldots + z_\nu} = \overline{z_1} + \overline{z_2} + \ldots + \overline{z_\nu}$

iii. $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ και γενικότερα $\overline{z_1 \cdot z_2 \ldots z_\nu} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} \ldots \overline{z_\nu}$ για κάθε $\nu \in \mathbb{N}^*$.

iv. $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$ $(z_2 \neq 0)$ **v.** $\overline{(z^\nu)} = (\overline{z})^\nu$ για κάθε θετικό ακέραιο ν.