ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Έστω ότι Δ είναι το μέσο της ΑΜ τέτοιο ώστε ΒΔ = $\frac{\text{ΒΓ}}{2}$ και γωνία $A\hat{\Delta}B$ = 120$^{\text{o}}$.

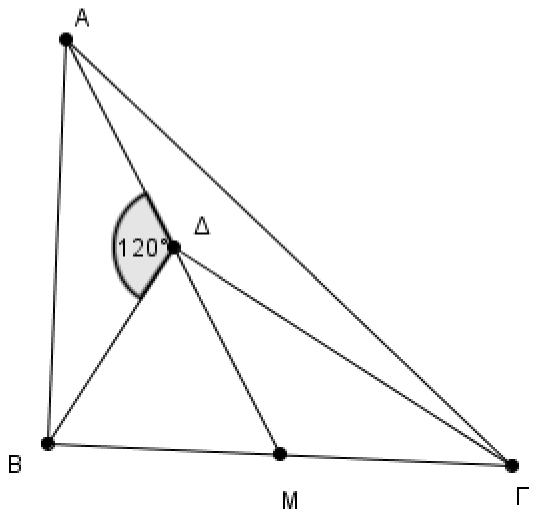
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΜ. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΔΜΓ είναι ίσα. (Μονάδες 6)

δ) Αν το σημείο Κ είναι η προβολή του Δ στην ΒΓ, να αποδείξετε ότι 2ΜΚ=ΑΔ.

(Μονάδες 8)



3751

Θέμα 4ο

α/ $B\hat{A}M = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \underline{\underline{B\hat{A}M = 60^\circ}}$

$B\Delta = \frac{B\Gamma}{2} = BM$, άρα $\underline{\underline{B\hat{M}\Delta = 60^\circ}}$ και $\underline{\underline{\Delta\hat{B}M = 60^\circ}}$

β/ Σύμφωνα με το ερώτημα α, το τρίγωνο $B\overset{\triangle}{\Delta}M$ είναι ισόπλευρο, άρα $B\Delta = \Delta M = A\Delta$.

Στο τρίγωνο $\overset{\triangle}{ABM}$ η διάμεσος $B\Delta$ ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί ($B\Delta = \frac{AM}{2}$), άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την AM και ορθή $\hat{B} = 90^\circ$

γ/ Συγκρίνω τα τρίγωνα $A\overset{\triangle}{\Delta}B$ και $\Delta\hat{M}\Gamma$

$\Delta\hat{M}\Gamma = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = A\hat{\Delta}B$

$A\Delta = \Delta M$

$B\Delta = \Delta\Gamma$

Επομένως από κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

δ/ Η ΔΚ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο ΔΒΜ το οποίο είναι ισόπλευρο.

$A\Delta = BM = 2MK$, αφού $MK = \frac{BM}{2}$

3751

Θέμα 4ο

α/ $B\hat{\Delta}M = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \underline{B\hat{\Delta}M = 60^\circ}$

$B\Delta = \frac{B\Gamma}{2} = BM$, άρα $\underline{B\hat{M}\Delta = 60^\circ}$ και $\underline{\Delta\hat{B}M = 60^\circ}$

β/ Σύμφωνα με το ερώτημα α, το τρίγωνο $B\overset{\triangle}{\Delta}M$ είναι ισόπλευρο, άρα $B\Delta = \Delta M = A\Delta$.

Στο τρίγωνο $A\overset{\triangle}{B}M$ η διάμεσος $B\Delta$ ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί ($B\Delta = \frac{AM}{2}$), άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την AM και ορθή $\hat{B} = 90^\circ$

γ/ Συγκρίνω τα τρίγωνα $A\overset{\triangle}{\Delta}B$ και $\Delta\overset{\triangle}{M}\Gamma$

$\Delta\hat{M}\Gamma = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = A\hat{\Delta}B$

$A\Delta = \Delta M$

$B\Delta = \Delta\Gamma$

Επομένως από κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

δ/ Η ΔΚ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο ΔΒΜ το οποίο είναι ισόπλευρο.

$A\Delta = BM = 2MK$, αφού $MK = \frac{BM}{2}$