

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του AM . Έστω ότι Δ είναι το μέσο της AM

τέτοιο ώστε $B\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$ και γωνία $A\hat{\Delta}B = 120^\circ$.

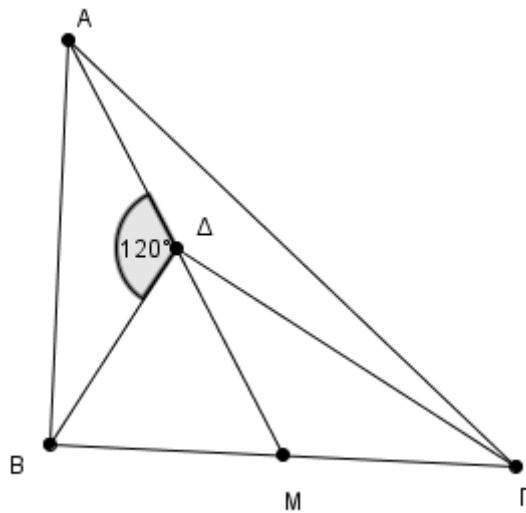
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $B\Delta M$. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $\Delta M\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 6)

δ) Αν το σημείο K είναι η προβολή του Δ στην $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $2MK = A\Delta$.

(Μονάδες 8)



3751

Θέμα 4^ο

$$\alpha/ \widehat{B\Delta M} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\widehat{B\Delta M} = 60^\circ}}$$

$$B\Delta = \frac{B\Gamma}{2} = BM, \text{ \u03c1\u03b1}\underline{\underline{\widehat{B\Delta M} = 60^\circ}} \text{ \u03c1\u03b1}\underline{\underline{\widehat{\Delta B M} = 60^\circ}}$$

\u03b2/ Σύμφωνα με το ερώτημα \u03b1, το τρίγωνο $\widehat{B\Delta M}$ είναι ισόπλευρο, \u03c1\u03b1 $B\Delta = \Delta M = A\Delta$.

\u03a3το τρίγωνο $\widehat{A\Delta M}$ η διαμέσος $B\Delta$ ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί ($B\Delta = \frac{AM}{2}$), \u03c1\u03b1 το τρίγωνο είναι ορθόγωνιο με υποτείνουσα την AM και ορθή $\widehat{B} = 90^\circ$

\u03b4/ Συγκρίνω τα τρίγωνα $\widehat{A\Delta B}$ και $\widehat{\Delta M \Gamma}$

$$\widehat{\Delta M \Gamma} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \widehat{A\Delta B}$$

$$A\Delta = \Delta M$$

$$B\Delta = \Delta \Gamma$$

Επομένως από κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

Οι απαντήσεις είναι προτεινόμενες – ενδεικτικές λύσεις. Υπάρχει και άλλος τρόπος... ο Δικός σας!

Συνιστούμε μελέτη και κατανόηση του αντικειμένου, χωρίς αντιγραφή.

δ/ Η ΔΚ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο
ΔΒΜ το οποίο είναι ισοπλευρό.
 $ΑΔ = ΒΜ = 2 ΜΚ$, αφού $ΜΚ = \frac{ΒΜ}{2}$.

Οι απαντήσεις είναι προτεινόμενες – ενδεικτικές λύσεις. Υπάρχει και άλλος τρόπος... ο Δικός σας!

Συνιστούμε μελέτη και κατανόηση του αντικειμένου, χωρίς αντιγραφή.

3751

Θέμα 4^ο

$$\alpha/ \widehat{B\Delta M} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\widehat{B\Delta M} = 60^\circ}}$$

$$B\Delta = \frac{B\Gamma}{2} = BM, \text{ άρα } \underline{\underline{\widehat{B\Delta M} = 60^\circ}} \text{ και } \underline{\underline{\widehat{\Delta B M} = 60^\circ}}$$

β/ Σύμφωνα με το ερώτημα α, το τρίγωνο $\widehat{B\Delta M}$ είναι ισόπλευρο, άρα $B\Delta = \Delta M = A\Delta$.

Στο τρίγωνο $\widehat{A\Delta B}$ η διαμέσος $B\Delta$ ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί ($B\Delta = \frac{AM}{2}$), άρα το τρίγωνο είναι ορθόγωνιο με υποτείνουσα την AM και ορθή $\widehat{B} = 90^\circ$

γ/ Συγκρίνω τα τρίγωνα $\widehat{A\Delta B}$ και $\widehat{\Delta M \Gamma}$

$$\widehat{\Delta M \Gamma} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \widehat{A\Delta B}$$

$$A\Delta = \Delta M$$

$$B\Delta = \Delta \Gamma$$

Επομένως από κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

Οι απαντήσεις είναι προτεινόμενες – ενδεικτικές λύσεις. Υπάρχει και άλλος τρόπος... ο Δικός σας!

Συνιστούμε μελέτη και κατανόηση του αντικειμένου, χωρίς αντιγραφή.

δ/ Η ΔΚ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο
ΔΒΜ το οποίο είναι ισοπλευρό.
 $ΑΔ = ΒΜ = 2 ΜΚ$, αφού $ΜΚ = \frac{ΒΜ}{2}$.