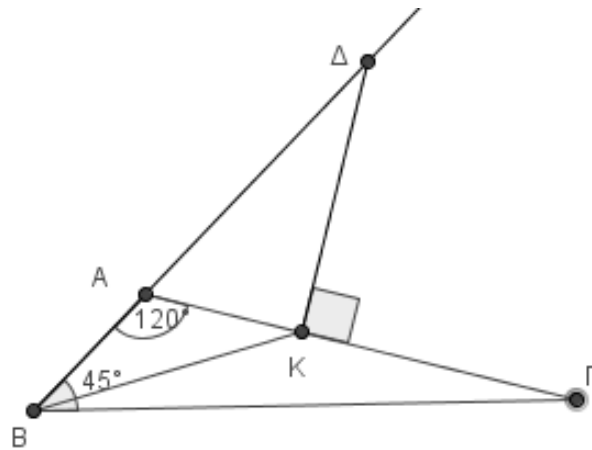


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία A ίση με 120° και γωνία B είναι ίση με 45° . Στην προέκταση της BA προς το A , παίρνουμε τμήμα $A\Delta = 2AB$. Από το Δ φέρνουμε την κάθετη στην $A\Gamma$ που την τέμνει στο σημείο K .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Η γωνία $A\Delta K$ είναι ίση με 30° . (Μονάδες 6)
- β) Το τρίγωνο KAB είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- γ) Αν Z το μέσο της ΔA , τότε $\angle ZKB = 90^\circ$. (Μονάδες 6)
- δ) Το σημείο K ανήκει στη μεσοκάθετο του τμήματος $B\Delta$. (Μονάδες 7)



Οι απαντήσεις είναι προτεινόμενες – ενδεικτικές λύσεις. Υπάρχει και άλλος τρόπος... ο Δικός σας!

Συνιστούμε μελέτη και κατανόηση του αντικειμένου, χωρίς αντιγραφή.

3747

Θέμα 4^ο

$$\alpha / \hat{\Delta K A} = 90^\circ$$

$$\hat{\Delta A K} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \hat{\Delta A K} = 60^\circ$$

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου $\hat{\Delta A K}$ είναι
ίσο με 180° .

$$\begin{aligned} \underline{\text{Άρα:}} \quad \hat{A K} &= 180^\circ - \hat{\Delta K A} - \hat{\Delta A K} \\ &= 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ \\ &= 180^\circ - 150^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

β / Στο τρίγωνο $\hat{\Delta A K D}$ (ορθογώνιο) η πλευρά που
βρίσκεται απέναντι από την γωνία $\hat{A K} = 30^\circ$
(η πλευρά $A K$), είναι ίση με το μισό της
υποτείνουσας ($A D$).

Επομένως $A K = \frac{A D}{2} = A B$, άρα το τρίγωνο
 $\hat{\Delta A B K}$ είναι ισοσκελές.

Οι απαντήσεις είναι προτεινόμενες – ενδεικτικές λύσεις. Υπάρχει και άλλος τρόπος... ο Δικός σας!

Συνιστούμε μελέτη και κατανόηση του αντικειμένου, χωρίς αντιγραφή.

$$\delta/ \quad BA = \frac{\Delta A}{2} = ZA \text{ (αφού } \Delta \text{ μέσω της } AD)$$

Αφού η ΑΚ (διαμέσος του τριγώνου ΖΒΚ) είναι ίση με το μισό της ΖΒ (ΑΚ=ΑΒ από το Β ερώτημα) στην οποία αντιστοιχεί, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα την ΖΒ και άρα $\widehat{ZKB} = 90^\circ$.

δ/ Αρκεί να δείξουμε πως \widehat{KVB} ισοσκελές.
Το τρίγωνο ΒΚΖ είναι ορθογώνιο

Η γωνία $\widehat{ABK} = 30^\circ$, αφού η απέναντι πλευρά ισούται με το μισό της υποτεινούσας