# Βασικοί γεωμετρικοί τόποι

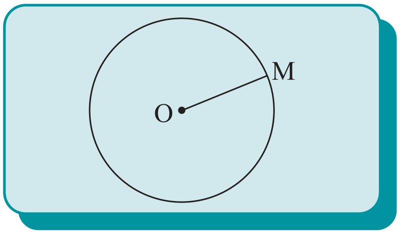
## 3.7 Κύκλος - Μεσοκάθετος - Διχοτόμος

Όπως έχουμε αναφέρει, γεωμετρικός τόπος λέγεται το σύνολο όλων των σημείων, που έχουν μια (κοινή) χαρακτηριστική ιδιότητα.

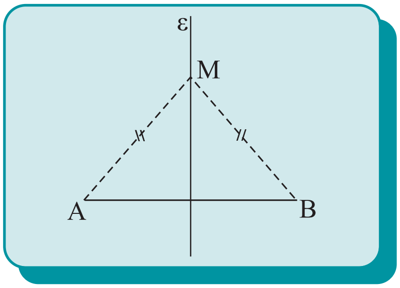
Επομένως:

- ο κύκλος (σχ.33) είναι ένας γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία του και μόνον αυτά έχουν την ιδιότητα να απέχουν μια ορισμένη απόσταση από ένα σταθερό σημείο.
- η μεσοκάθετος ενός τμήματος (σχ.34) είναι επίσης ένας γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία της και μόνον αυτά έχουν την ιδιότητα να ισαπέχουν από τα άκρα του τμήματος.
- η διχοτόμος μιας γωνίας (σχ.35) είναι ένας άλλος γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία της και μόνον αυτά (από τα σημεία της γωνίας) ισαπέχουν από τις πλευρές της γωνίας.

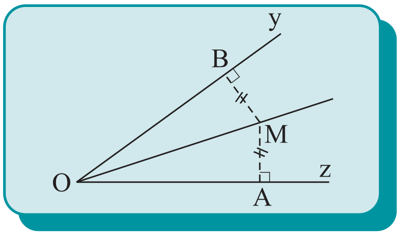
Η αντιμετώπιση ενός προβλήματος γεωμετρικού τόπου απαιτεί μια ιδιαίτερη διαδικασία η οποία παρουσιάζεται στο επόμενο παράδειγμα.



*Σχήμα 33*



*Σχήμα 34*



*Σχήμα 35*

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

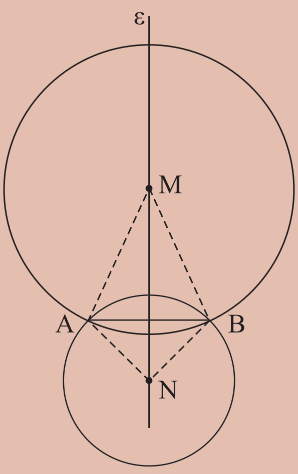
**Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων, που διέρχονται από δύο σταθερά σημεία A και B.**

**Λύση**

Έστω M ένα σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου, δηλαδή το κέντρο ενός κύκλου που διέρχεται από τα A,B (σχ.36). Τότε MA=MB, ως ακτίνες του ίδιου κύκλου και επομένως το M ανήκει στη μεσοκάθετο ε του τμήματος AB.

**Αντίστροφα.** Έστω N ένα σημείο της μεσοκαθέτου ε του AB. Τότε θα είναι NA=NB, οπότε ο κύκλος (N,NA) διέρχεται και από το B. Επομένως κάθε σημείο της ε είναι κέντρο κύκλου που διέρχεται από τα A,B.

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι η μεσοκάθετος ε του τμήματος AB.



*Σχήμα 36*

**ΣΧΟΛΙΟ**

*Από το προηγούμενο παράδειγμα γίνεται φανερό ότι η λύση ενός προβλήματος γεωμετρικού τόπου ακολουθεί τα εξής στάδια:*
*Θεωρούμε ένα τυχαίο σημείο Μ του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου και με βάση τη χαρακτηριστική ιδιότητα που έχει, προσδιορίζουμε τη γραμμή Γ πάνω στην οποία βρίσκεται.*
*Στη συνέχεια κατασκευάζουμε με τον κανόνα και το διαβήτη τη γραμμή αυτή και εξετάζουμε αν το τυχαίο σημείο Ν της γραμμής αυτής ικανοποιεί τη χαρακτηριστική ιδιότητα του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Αν αυτό συμβαίνει, τότε η γραμμή Γ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος.*

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

### Ερωτήσεις Κατανόησης

*Συμπληρώστε τα κενά στις επόμενες προτάσεις.*
*.i) Ο γεωμετρικός τόπος των κορυφών των ισοσκελών τριγώνων με γνωστή βάση είναι ................*
*ii) Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από δύο τεμνόμενες ευθείες είναι .................*

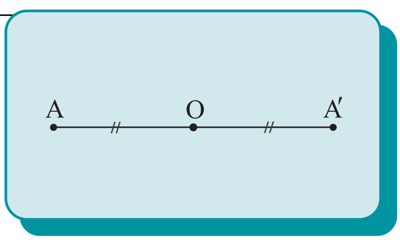
### Ασκήσεις Εμπέδωσης

**1.** *Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κορυφών Α των τριγώνων ΑΒΓ, που έχουν σταθερή την πλευρά ΒΓ=α και τη διάμεσο ΑΜ με γνωστό μήκος.*

**2.** *Δίνεται κύκλος (Ο,R). Αν Ν τυχαίο σημείο του κύκλου και Μ σημείο στην προέκταση της ΟΝ, ώστε ΟΝ = ΝΜ, να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του Μ, όταν το Ν διαγράφει τον κύκλο.*

## *Συμμετρικά σχήματα*

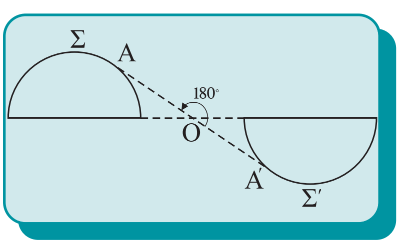
### 3.8 Κεντρική συμμετρία



*Σχήμα 37*

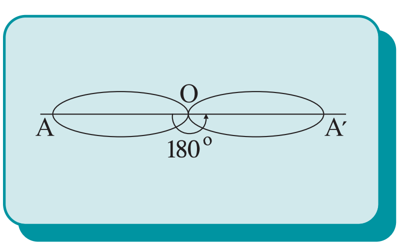
Στην §2.10 είδαμε πότε δύο σημεία Α,Α΄ λέγονται συμμετρικά ως προς κέντρο ένα σημείο Ο (σχ.37).

Γενικότερα δύο σχήματα Σ, Σ΄ λέγονται συμμετρικά ως προς ένα σημείο Ο (σχ.38), αν και μόνο αν κάθε σημείο του Σ΄ είναι συμμετρικό ενός σημείου του Σ ως προς το Ο και αντίστροφα. Το σημείο Ο λέγεται ***κέντρο συμμετρίας*** του σχήματος, που αποτελείται από τα συμμετρικά ως προς το Ο σχήματα Σ και Σ΄. Δηλαδή ένα σημείο Ο λέγεται κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος, όταν για κάθε σημείο Α του σχήματος το συμμετρικό του Α′, ως προς το Ο, είναι επίσης σημείο του σχήματος. Ένα σχήμα με κέντρο συμμετρίας λέμε ότι παρουσιάζει ***κεντρική συμμετρία***.



*Σχήμα 38*

Αν στρέψουμε ένα σχήμα Σ, με κέντρο συμμετρίας το Ο (σχ.39), κατά 180$^{o}$ γύρω από το Ο, θα πάρουμε ένα σχήμα που θα συμπίπτει με το αρχικό.



*Σχήμα 39*