
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να αποδείξετε ότι καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις παριστάνει παραβολή, για την οποία να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής και της εστίας:
(i) $y^2 - 8x + 8 = 0$ (ii) $x^2 + 4x - 16y + 4 = 0$
(iii) $y^2 + 4y + 8x - 28 = 0$ (iv) $x^2 - 8x + 6y - 8 = 0$.

2. Να αποδείξετε ότι καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις παριστάνει έλλειψη, για την οποία να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου, των κορυφών και των εστιών.
(i) $9x^2 + 25y^2 - 36x - 189 = 0$ (ii) $x^2 + 4x + 16y^2 = 0$
(iii) $4x^2 + 9y^2 - 32x - 36y + 64 = 0$ (iv) $9x^2 + 16y^2 + 54x - 32y - 47 = 0$.

3. Να αποδείξετε ότι καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις παριστάνει υπερβολή, για την οποία να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου, των κορυφών και των εστιών:
(i) $21x^2 - 4y^2 + 84x - 32y - 64 = 0$ (ii) $2y^2 - 3x^2 - 8y + 6x - 1 = 0$.

4. Να βρεθεί η τιμή του $k \in \mathbf{R}$, για την οποία η παραβολή $y = x^2 - kx + 2$ εφάπτεται της ευθείας $y = x - 2$.

5. Να βρείτε τις κοινές εφαπτόμενες του κύκλου $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ και της παραβολής $y^2 = 4x$.