

Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Αν $\int_0^x t g(t) dt = x^4 + x^5$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε το $g(1)$.
2. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \int_x^{x+1} e^{m \nu 2 \pi} dt$ είναι σταθερή.
3. Αν $f(x) = \int_0^{x-2} \frac{t}{e^t} dt$, να προσδιορίσετε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της f .
4. Αν $F(x) = \int_0^x x f(t) dt$, να βρείτε την $F'(x)$.
5. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $F(x) = \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt + \int_1^{1/x} \frac{1}{1+t^2} dt$ είναι σταθερή στο $(0, +\infty)$ και να βρείτε τον τύπο της.
6. Να βρείτε το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{5+t^2} dt$.
7. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα
 - i) $\int_4^6 \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$
 - ii) $\int_0^{\pi/2} [\eta\mu(\sigma\upsilon\nu x + x)\eta\mu x - \eta\mu(\sigma\upsilon\nu x + x)] dx$.
8. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα
 - i) $\int_0^2 (x^2 - |x-1|) dx$
 - ii) $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$, αν $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \eta\mu x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$
 - iii) $\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$.
9. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα
 - i) $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
 - ii) $\int_0^1 x e^{-x} dx$
 - iii) $\int_0^1 x \ln(9+x^2) dx$
 - iv) $\int_0^{\pi/2} e^x \sigma\upsilon\nu 2x dx$.

10. Αν $I = \int_0^{\pi/2} x \eta \mu^2 x dx$, $J = \int_0^{\pi/2} x \sigma \nu \nu^2 x dx$, να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα

$$I+J, \quad I-J, \quad I, \quad J.$$

11. Έστω μια συνάρτηση f με f'' συνεχή και για την οποία ισχύει

$$\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \eta \mu x dx = 2.$$

Αν $f(\pi) = 1$, με τη βοήθεια της ολοκλήρωσης κατά παράγοντες, να υπολογίσετε το $f(0)$.

12. Έστω οι συναρτήσεις f, g , με f'' , g'' συνεχείς στο $[a, \beta]$. Αν $f(a) = g(a) = 0$ και $f'(\beta) = g'(\beta)$, να αποδείξετε ότι

$$I = \int_a^{\beta} (f(x)g''(x) - f''(x)g(x)) dx = g'(\beta)(f(\beta) - g(\beta)).$$