

Α' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

i) $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$

ii) $\int_1^e \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^3}} dx$

iii) $\int_0^{\pi/2} (\sin x - 2\eta\mu x) dx$

iv) $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$.

2. Να αποδείξετε ότι

$$\int_1^2 \frac{x^3 + 7x}{x^2 + 5} dx + 2 \int_2^1 \frac{x}{x^2 + 5} dx = \frac{3}{2}.$$

3. Να αποδείξετε ότι

$$2 \int_a^b f(x) f'(x) dx = (f(\beta))^2 - (f(\alpha))^2.$$

4. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(0,0)$ και $B(1,1)$, να βρείτε την τιμή του ολοκληρώματος $\int_0^1 f'(x) dx$, εφόσον η f' είναι συνεχής στο $[0,1]$.

5. Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων

i) $F(x) = \int_1^{\sin x} \sqrt{1-t^2} dt$

ii) $F(x) = \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{\sin \theta}{\theta} d\theta$

6. i) Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

ii) Να αποδείξετε ότι $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \ln(1 + \sqrt{2})$.