

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Έστω ευθεία ϵ και σημείο A εκτός αυτής. Αν $AB \perp \epsilon$ και $AG \perp \epsilon$ (B, G σημεία της ϵ) τότε:

- | | | |
|-----------------|----------|-----------|
| i) $B \equiv G$ | Σ | Λ |
| ii) $B \neq G$ | Σ | Λ |
| iii) $AB = AG$ | Σ | Λ |

Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

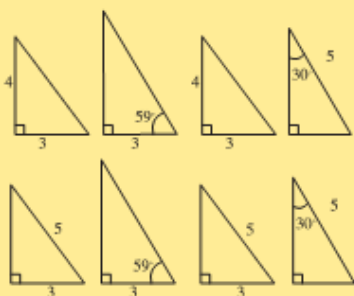
2. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), Δ σημείο της βάσης και οι προτάσεις:

- π_1 : Το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου.
- π_2 : Το $A\Delta$ είναι διάμεσος του τριγώνου.
- π_3 : Το $A\Delta$ είναι διχοτόμος του τριγώνου.

Αν για το $A\Delta$ ισχύει μία από τις π_1, π_2, π_3 τότε ισχύουν οι άλλες δύο προτάσεις:

3. Διατυπώστε τις δύο ανακεφαλαιωτικές περιπτώσεις ισότητας ορθογώνιων τριγώνων.

4. Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει οκτώ ορθογώνια τρίγωνα. Καθένα από αυτά είναι ίσο με ένα από τα υπόλοιπα. Να βρείτε τα ζεύγη των ίσων τριγώνων και



5. Συμπληρώστε τα κενά στην επόμενη πρόταση:

Ο φορέας του αποστήματος μιας χορδής είναι μεσοκάθετος της και διχοτομεί

6. Αν $AB, \Gamma\Delta$ είναι χορδές ενός κύκλου (K) και KE, KZ είναι αντίστοιχα τα αποστήματά τους τότε:

- α. $AB = \Gamma\Delta \Leftrightarrow KE = \frac{1}{2} KZ$,
- β. $AB = \Gamma\Delta \Leftrightarrow KE > KZ$,
- γ. $AB = \Gamma\Delta \Leftrightarrow KE = KZ$,
- δ. $AB = \Gamma\Delta \Leftrightarrow \frac{1}{2} KE = \frac{1}{3} KZ$,
- ε. $AB = \Gamma\Delta \Leftrightarrow KE < KZ$.

Κυκλώστε το γράμμα της σωστής απάντησης και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

7. Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της διχοτόμου μιας γωνίας;

8. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές ίσες είναι πάντοτε ίσα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να αποδείξετε ότι τα ύψη ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του είναι ίσα.

2. Να αποδείξετε ότι τα μέσα των ίσων πλευρών ισοσκελούς τριγώνου ισαπέχουν:

- i) από τη βάση,
- ii) από τις ίσες πλευρές.

3. Να αποδείξετε ότι τα άκρα ενός τμήματος ισαπέχουν από κάθε ευθεία που διέρχεται από το μέσο του.

4. Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, να αποδείξετε ότι και τα ύψη τους που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές είναι ίσα.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της βάσης του $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- i) το M ισαπέχει από τις ίσες πλευρές του τριγώνου,
- ii) η AM είναι διχοτόμος της γωνίας που σχηματίζουν οι αποστάσεις του M από τις ίσες πλευρές μεταξύ τους.

2. Να αποδείξετε ότι αν σε δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι $\alpha = \alpha', \nu_\alpha = \nu_{\alpha'},$ και $\mu_\alpha = \mu_{\alpha'}$, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

3. Να αποδείξετε ότι αν σε δύο οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι $\alpha = \alpha', \nu_\beta = \nu_{\beta'},$ και $\nu_\gamma = \nu_{\gamma'}$, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1\text{L}$) και η διχοτόμος του $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$, που τέμνει την AB στο Z . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma Z$ είναι

5. Δίνεται κύκλος (O, R), οι ίσες χορδές του $AB, \Gamma\Delta$ και τα αποστήματά τους OK και OL αντίστοιχα. Αν οι προεκτάσεις των BA και $\Delta\Gamma$ τέμνονται στο M , να αποδείξετε ότι:

- i) τα τρίγωνα MOK και MOL είναι ίσα,
- ii) $MA = M\Gamma$ και $MB = M\Delta$.

Σύνθετα Θέματα

1. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$. Η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} τέμνει τη μεσοκάθετο της $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Έστω E και Z οι προβολές του Δ στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

- i) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBE και $\Delta\Gamma Z$.
- ii) Να λύσετε το ίδιο πρόβλημα θεωρώντας την εξωτερική διχοτόμο της \hat{A} , η οποία τέμνει τη μεσοκάθετο της $B\Gamma$ στο σημείο Δ' , με προβολές τα σημεία E', Z' στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

iii) Να αποδείξετε ότι $EE' = A\Gamma$ και $ZZ' = AB$.

2. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma, A'B'\Gamma'$ έχουν μία κάθετη πλευρά ίση και η περίμετρος του ενός είναι ίση με την περίμετρο του άλλου, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.