
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής σε καθένα από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - (i) Όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(-13,0)$, $E(13,0)$ και κορυφές τα σημεία $A(5,0)$ και $A'(-5,0)$
 - (ii) Όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(0,-10)$, $E(0,10)$ και εκκεντρότητα $\frac{5}{3}$
 - (iii) Όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(-\sqrt{5},0)$, $E(\sqrt{5},0)$ και διέρχεται από το σημείο $M(2\sqrt{2},1)$
 - (iv) Όταν έχει ασύμπτωτες τις ευθείες $y=\frac{4}{3}x$ και $y=-\frac{4}{3}x$ και διέρχεται από το σημείο $M(3\sqrt{2},4)$.

2. Να βρείτε τις εστίες, την εκκεντρότητα και τις ασύμπτωτες της υπερβολής:
 - (i) $9x^2 - 16y^2 = 144$,
 - (ii) $x^2 - y^2 = 4$,
 - (iii) $144x^2 - 25y^2 = 3600$.

3. Να βρείτε την εκκεντρότητα της υπερβολής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, της οποίας η ασύμπτωτη $y = \frac{b}{a}x$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 30° .

4. Αν η εφαπτομένη της υπερβολής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ στην κορυφή $A(a,0)$ τέμνει την ασύμπτωτη $y = \frac{b}{a}x$ στο σημείο Γ , να αποδείξετε ότι $(OE) = (O\Gamma)$.

5. Έστω η υπερβολή $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, ε η εφαπτομένη της σε ένα σημείο $M_1(x_1, y_1)$ και ζ η κάθετη της ε στο M_1 . Αν η ε διέρχεται από το σημείο $M_2(0, -\beta)$ και η ζ διέρχεται από το σημείο $M_3(2\alpha\sqrt{2}, 0)$, να αποδείξετε ότι η εκκεντρότητα της υπερβολής είναι ίση με $\sqrt{2}$.
6. Να αποδείξετε ότι κάθε ευθεία που είναι παράλληλη προς μια από τις ασύμπτωτες της υπερβολής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ τέμνει την υπερβολή σε ένα μόνο σημείο. Ποιο είναι το σημείο τομής της ευθείας $2x - y = 1$ και της υπερβολής $4x^2 - y^2 = 1$;
7. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της υπερβολής $x^2 - 4y^2 = 12$ οι οποίες:
- είναι παράλληλες προς την ευθεία $y = x + 1$
 - είναι κάθετες στην ευθεία $y = -\frac{4}{\sqrt{3}}x$
 - διέρχονται από το σημείο $M(3, 0)$