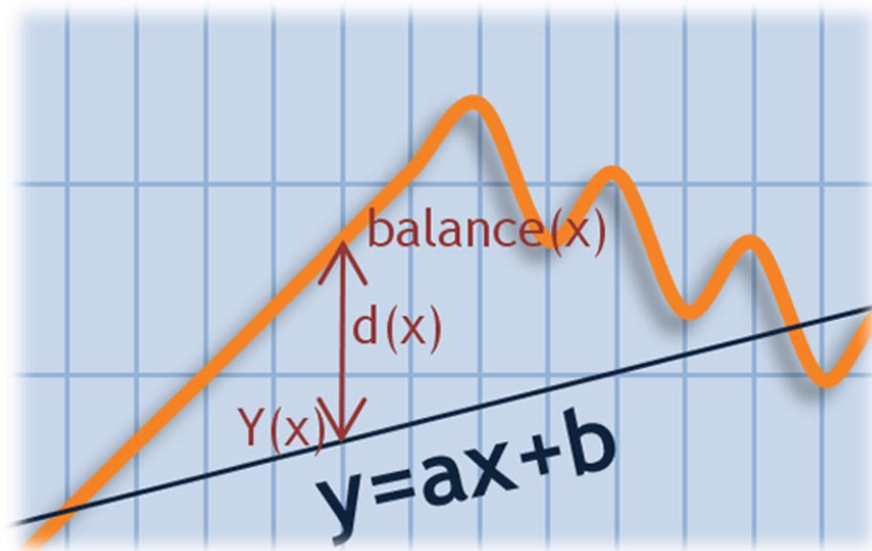


3. Συναρτήσεις



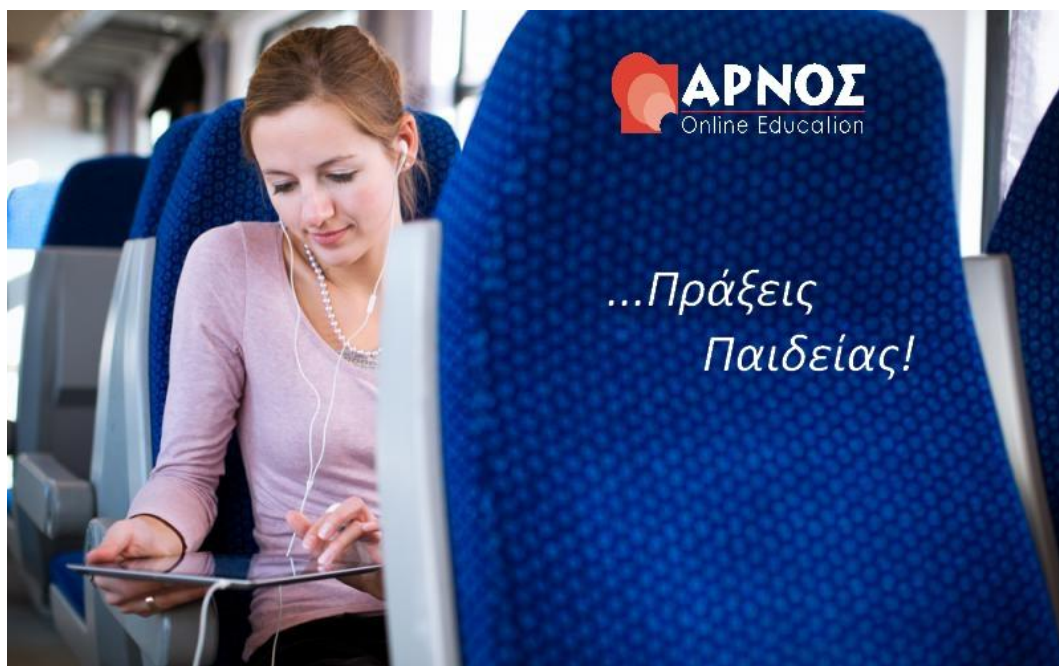
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

3.4 Η συνάρτηση $y = ax + b$

σχ. βιβλίο (σ.σ. 76-78)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 76-78)

3.4 Η συνάρτηση $y = ax + b$

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Η ευθεία $y = 3x$ είναι παράλληλη προς την

A: $y = x + 3$ B: $y = x - 3$ Γ: $y = 3x - 7$ Δ: $y = -3x + 5$

Απάντηση

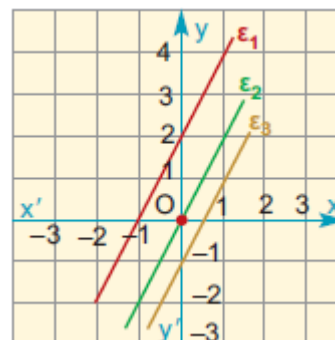
Ευθεία παράλληλη προς την $y = 3x$ είναι η $y = 3x - 7$ γιατί έχουν τον ίδιο συντελεστή. Σωστό το Γ.

Ερώτηση 2

Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τρεις παράλληλες ευθείες της στήλης Β.

Να αντιστοιχίσετε κάθε μία στην εξίσωση της

Στήλη Α	Στήλη Β
ϵ_1	$y = 2x$
ϵ_2	$y = 2x - 1$
ϵ_3	$y = 2x + 2$



Απάντηση

Η ϵ_2 έχει εξίσωση $y = 2x$ γιατί περνά από το $O(0,0)$

Η ϵ_1 είναι παράλληλη στην $y = 2x$, τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, 2)$, άρα εξίσωσή της είναι η $y = 2x + 2$

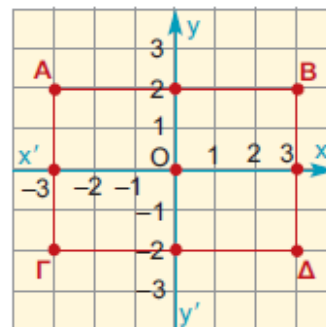
Η ϵ_3 είναι παράλληλη στην $y = 2x$, τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, -1)$, άρα εξίσωσή της είναι η $y = 2x - 1$

Στήλη Α	Στήλη Β
ϵ_1	$y = 2x$
ϵ_2	$y = 2x - 1$
ϵ_3	$y = 2x + 2$

Ερώτηση 3

Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει κέντρο το Ο και οι πλευρές του είναι παράλληλες προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$. Να αντιστοιχίσετε κάθε πλευρά με την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει

Πλευρές	Ευθείες
ΑΒ	$y = 2$
ΑΓ	$x = 3$
ΓΔ	$y = -2$
ΒΔ	$x = -3$



Απάντηση

Ευθείες κάθετες στον άξονα $y'y$ έχουν τύπο της μορφής $y = \alpha$ όπου α το σημείο που τέμνουν τον άξονα

Ευθείες κάθετες στον άξονα $x'x$ έχουν τύπο της μορφής $x = \alpha$ όπου α το σημείο που τέμνουν τον άξονα

Πλευρές	Ευθείες
ΑΒ	$y = 2$
ΑΓ	$x = 3$
ΓΔ	$y = -2$
ΒΔ	$x = -3$

Ερώτηση 4

Η ευθεία με εξίσωση $4x + y = 4$

	Α	Β	Γ	Δ	Ε
α) έχει κλίση:	4	-4	1	-1	$\frac{1}{4}$
β) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο:	(4, 1)	(4, 0)	(-4, 0)	(1, 0)	(0, 4)
γ) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο:	(0, 1)	(0, 4)	(4, 4)	(0, -4)	(0, -1)

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

Απάντηση

α) Η δοσμένη εξίσωση γράφεται $y = -4x + 4$, οπότε η κλίση της είναι -4

β) Για $y = 0$ βρίσκουμε $x = 1$, επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο (1, 0).

γ) Για $x = 0$ βρίσκουμε $y = 4$, επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο (0, 4)

	A	B	Γ	Δ	Ε
α) έχει κλίση:	4	-4	1	-1	$\frac{1}{4}$
β) τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο:	(4, 1)	(4, 0)	(-4, 0)	(1, 0)	(0, 4)
γ) τέμνει τον άξονα y'y στο σημείο:	(0, 1)	(0, 4)	(4, 4)	(0, -4)	(0, -1)

Ερώτηση 5

Μία ευθεία τέμνει τους άξονες στα σημεία (3, 0) και (0, 4). Η εξίσωσή της είναι

$$A : 3x + 4y = 9$$

$$B : 3x + 4y = 16$$

$$Γ : 4x + 3y = 12$$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

Απάντηση

Τα δύο δοσμένα σημεία επαληθεύουν μόνο την $Γ : 4x + 3y = 12$

$$A: 3x + 4y = 9$$

$$B: 3x + 4y = 16$$

$$Γ: 4x + 3y = 12$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



ARNOS
Online Education

...Πράξεις Παιδείας!

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά τις ευθείες με εξισώσεις

$$y = \frac{1}{2}x, \quad y = \frac{1}{2}x + 2, \quad y = \frac{1}{2}x - 3$$

Λύση

Η εξίσωση $y = \frac{1}{2}x$ για $x = 2$ δίνει $y = 1$ Επομένως η γραφική της παράσταση είναι

ευθεία που διέρχεται από το σημείο (2, 1) και την αρχή των αξόνων

Η ευθεία $y = \frac{1}{2}x + 2$ είναι παράλληλη

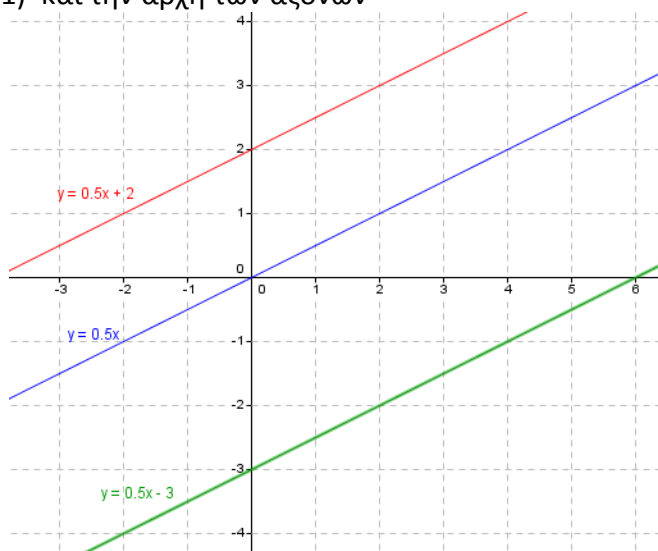
στην ευθεία $y = \frac{1}{2}x$ και τέμνει τον

άξονα των y στο σημείο (0, 2)

Η ευθεία $y = \frac{1}{2}x - 3$ είναι παράλληλη

στην ευθεία $y = \frac{1}{2}x$ και τέμνει τον

άξονα των y στο σημείο (0, -3)



Άσκηση 2

Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση $y = -3x + 2$ όταν :

α) Ο x είναι πραγματικός αριθμός

β) $x \geq 0$

γ) $-2 \leq x \leq 5$

Λύση

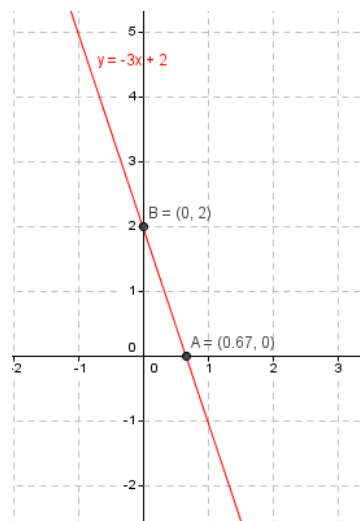
α) Για $x = 0$, είναι $y = 2$.

Άρα ένα σημείο της ευθείας είναι το $B(0, 2)$

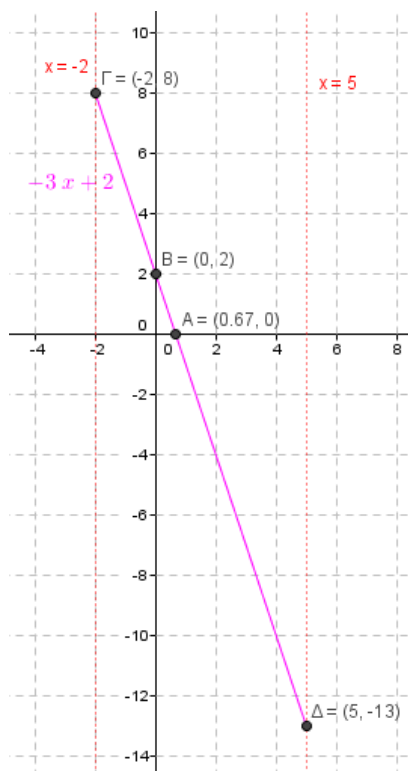
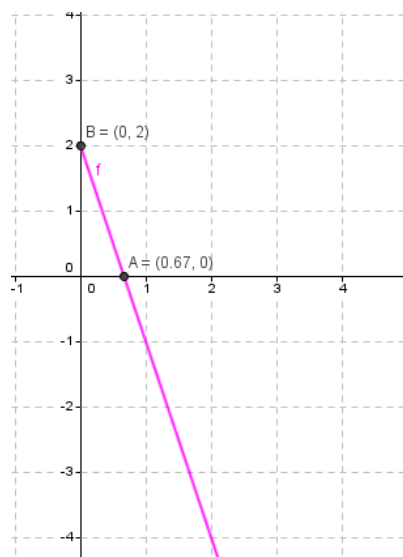
Για $y = 0$ είναι $x = \frac{2}{3}$. Άρα ένα άλλο σημείο της

ευθείας είναι το $A\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x + 2$ όταν x είναι πραγματικός αριθμός είναι η ευθεία AB



β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x + 2$ με $x \geq 0$ είναι η ημιευθεία BA



γ) Για $x = -2$

έχουμε $y = 8$, άρα

το σημείο

$\Gamma(-2, 8)$

και για $x = 5$ έχουμε $y = -13$, άρα το σημείο

$\Delta(5, -13)$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$y = -3x + 2$ με $-2 \leq x \leq 5$ είναι

το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ

Άσκηση 3

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 2 και τέμνει τον άξονα των y' στο σημείο με τεταγμένη -3

Λύση

Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής $y = ax + \beta$. Έχει κλίση 2 άρα $a = 2$ και τέμνει τον άξονα των y' στο σημείο με τεταγμένη -3 άρα $\beta = -3$

Επομένως η εξίσωση της ευθείας είναι η $y = 2x - 3$

Άσκηση 4

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(2, 3)$

α) Να αποδείξετε ότι η απόσταση AB είναι ίση με $\sqrt{5}$

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία με εξίσωση $y = 2x - 1$ διέρχεται από τα A και B .



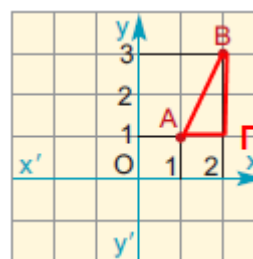
Λύση

Σχηματίζουμε το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$

Τότε $A\Gamma = 1$, $B\Gamma = 2$

$$AB^2 = A\Gamma^2 + B\Gamma^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

$$\text{άρα } AB = \sqrt{5}$$



β) Η εξίσωση $y = 2x - 1$, για $x = 1$ δίνει $y = 1$, άρα η ευθεία διέρχεται από το $A(1, 1)$

Η εξίσωση $y = 2x - 1$, για $x = 2$ δίνει $y = 3$, άρα η ευθεία διέρχεται και από το $B(2, 3)$

Άσκηση 5

Όταν χρησιμοποιούμε ταξί πληρώνουμε 0,5 € για τη σημαία και 0,2 € για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής . Να βρείτε τη συνάρτηση που μας δίνει το ποσό y που θα πληρώσουμε για μια διαδρομή x χιλιομέτρων.

Λύση

Η αξία της διαδρομής των x χιλιομέτρων είναι $0,2x$.

Άρα η συνάρτηση που μας δίνει το ποσό y που θα πληρώσουμε για μια διαδρομή x χιλιομέτρων $y = 0,2x + 0,5$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

**ARNOS**
Online Education

...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 6

Δίνεται η ευθεία $2x - 3y = 6$. Να βρείτε τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες

Λύση

Για $x = 0$ έχουμε $2 \cdot 0 - 3y = 6 \Leftrightarrow y = -2$.

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, -2)$

Για $y = 0$ έχουμε $2 \cdot x - 3 \cdot 0 = 6 \Leftrightarrow x = 3$.

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(3, 0)$

Άσκηση 7

Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της ευθείας $x + y = 2$

Λύση

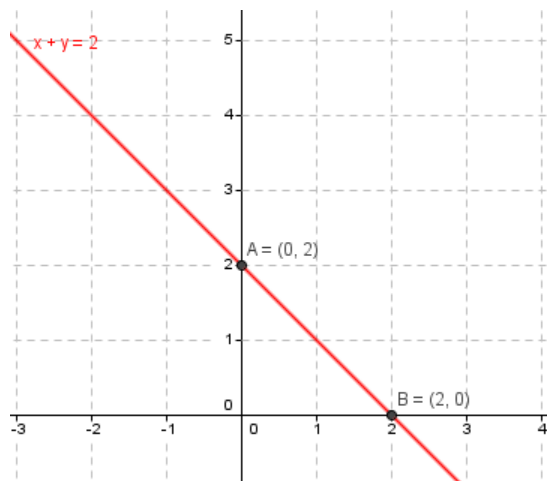
Βρίσκουμε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες

Για $x = 0$ έχουμε $0 + y = 2 \Leftrightarrow y = 2$.

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, 2)$

Για $y = 0$ έχουμε $x + 0 = 2 \Leftrightarrow x = 2$

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $B(2, 0)$



Η γραφική παράσταση της ευθείας με εξίσωση $x + y = 2$ είναι η ευθεία AB .

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 8

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$, του οποίου οι πλευρές ανήκουν στις ευθείες $y = 2$, $y = 3$, $x = 1$ και $x = -2$.

Ποιες είναι οι συντεταγμένες των κορυφών A , B , Γ και Δ ;

Ποιο είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$

Λύση

Σχεδιάζουμε τις ευθείες με εξισώσεις

$$y = 2, y = 3, x = 1 \text{ και } x = -2$$

Οι ευθείες τεμνόμενες ορίζουν το ορθογώνιο

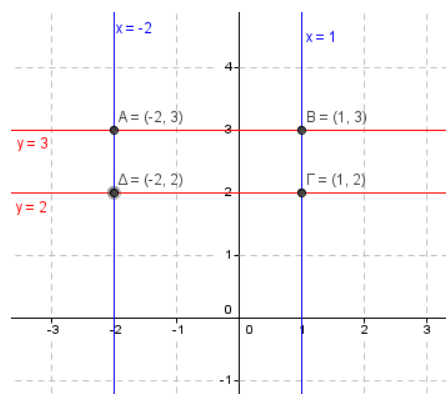
ΑΒΓΔ

Οι συντεταγμένες των κορυφών είναι

$$A(-2, 3), B(1, 3), \Gamma(1, 2), \Delta(-2, 2)$$

Επειδή $AB = 3$ και $AD = 1$ το εμβαδόν Ε του ΑΒΓΔ είναι ίσο με

$$E = AB \cdot AD = 3 \cdot 1 = 3 \text{ τετραγωνικές μονάδες}$$



Άσκηση 9

Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει ηλεκτρονικούς υπολογιστές με κόστος 200 € το τεμάχιο. Επίσης πληρώνει 100 € την ημέρα για την ενοικίαση μιας αποθήκης, για να αποθηκεύσει τους υπολογιστές.

- α) Να εκφράσετε το συνολικό ημερήσιο κόστος y του εργοστασίου ως συνάρτηση του αριθμού x των υπολογιστών που κατασκευάζει ημερησίως.
- β) Να σχεδιάσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων την συνάρτηση αυτή

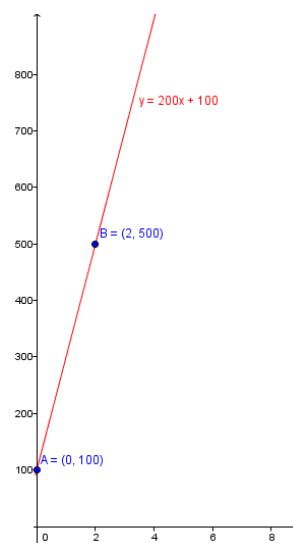
Λύση

- α) Αν το εργοστάσιο κατασκευάζει x υπολογιστές, το κόστος γι' αυτούς είναι

$200x$ €. Λαμβάνοντας υπόψη και το ενοίκιο της αποθήκης βρίσκουμε ότι το συνολικό ημερήσιο κόστος y είναι

$$y = 200x + 100 \quad \text{με } x \geq 0$$

- β) $y = 200x + 100$.



Για $x = 0$ έχουμε $y = 200 \cdot 0 + 100 = 100$ (κόστος αποθήκης). Σημείο $(0, 100)$

Για $x = 2$ έχουμε $y = 200 \cdot 2 + 100 = 500$.

Σημείο $(2, 500)$

Η γραφική παράσταση της $y = 200x + 100$

με $x \geq 0$ είναι η ημιευθεία AB

Άσκηση 10

Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι κάθε παίχτης ξεκινάει έχοντας από την εταιρεία παραγωγής ως δώρο 1000€. Στη συνέχεια πρέπει να απαντήσει σε 20 ερωτήσεις

Σε κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 100 € ενώ για κάθε λανθασμένη χάνει 50 €.

Συμβολίζουμε με x το πλήθος των σωστών απαντήσεων.

α) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x το πλήθος ω των λανθασμένων απαντήσεων

β) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x το συνολικό κέρδος y του παίχτη

γ) Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση y



Λύση

α) Επειδή είναι συνολικά 20 ερωτήσεις και x είναι το πλήθος των σωστών απαντήσεων, το πλήθος ω των λανθασμένων είναι $\omega = 20 - x$

β) Το κέρδος από τις σωστές απαντήσεις είναι $100x$

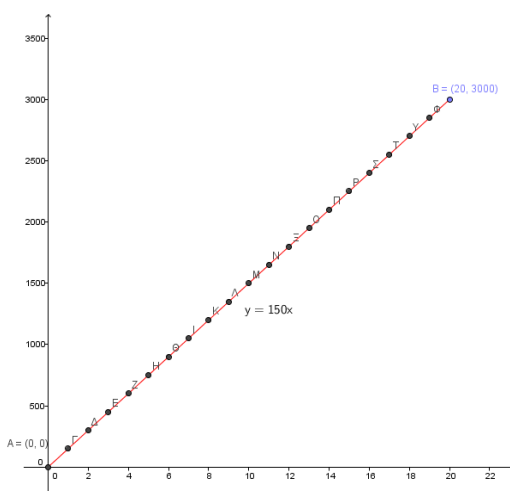
Το χάσιμο από τις λανθασμένες απαντήσεις είναι $50(20 - x)$

Το συνολικό κέρδος y είναι

$$y = 1000 + 100x - 50(20 - x) \Leftrightarrow$$

$$y = 1000 + 100x - 1000 + 50x \Leftrightarrow y = 150x \quad \text{με } 0 \leq x \leq 20$$

γ) Η γραφική παράσταση είναι τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος με άκρα τα $A(0, 0)$ και $B(20, 3000)$, που αντιστοιχούν σε ακέραιες τιμές του x .



Επιμέλεια: Βασίλης Γκκίμης MEd - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!