

Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να αποδειχτεί ότι ο κύκλος $(x-3)^2 + y^2 = 8$ εφάπτεται της παραβολής $y^2 = 4x$. (Δηλαδή, έχουν τις ίδιες εφαπτόμενες στα κοινά σημεία τους).
2. Έστω η παραβολή $y^2 = 12x$. Αν η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο $A(1, 2\sqrt{3})$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο B , να αποδειχτεί ότι το τρίγωνο EAB είναι ισόπλευρο.
3. Έστω η παραβολή $y^2 = 4x$. Αν η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο $A(3, 2\sqrt{3})$ τέμνει τη διευθετούσα στο σημείο B , να αποδειχτεί ότι ο κύκλος με διάμετρο AB εφάπτεται στον άξονα $x'x$ στην εστία της παραβολής..
4. Έστω M ένα σημείο της παραβολής $y^2 = 2px$. Να αποδειχτεί ότι ο κύκλος με διάμετρο EM , όπου E η εστία της παραβολής, εφάπτεται στον άξονα $y'y$.
5. Έστω η παραβολή $y^2 = 2px$ και η εφαπτομένη της ε σε ένα σημείο $A(x_1, y_1)$ αυτής. Αν η ευθεία OA τέμνει τη διευθετούσα της παραβολής στο σημείο B , να αποδειχτεί ότι $BE \parallel \varepsilon$.
6. Αν η εφαπτομένη της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της A τέμνει τη διευθετούσα στο σημείο B και τον άξονα $y'y$ στο σημείο K , να αποδειχτεί ότι
(i) $\hat{AEB} = 90^\circ$, (ii) $EK \perp AB$ και (iii) $(EK)^2 = (KA)(KB)$.
7. Έστω η παραβολή $y^2 = 2px$ και ένα σημείο της $A(x_1, y_1)$. Φέρνουμε την εφαπτομένη της παραβολής στο A , που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο B και την παράλληλη από το A στον άξονα $x'x$, που τέμνει τη διευθετούσα στο Γ . Να αποδειχτεί ότι το τετράπλευρο $AEB\Gamma$ είναι ρόμβος με κέντρο στον άξονα $y'y$.
8. Δίνονται οι παραβολές $C_1 : y^2 = 2px$ και $C_2 : x^2 = 2py$
 - (i) Να αποδείξετε ότι οι C_1 και C_2 τέμνονται στα σημεία $O(0,0)$ και $A(2p, 2p)$
 - (ii) Αν οι εφαπτόμενες των C_1 και C_2 στο A τέμνουν τις C_2 και C_1 στα σημεία B και Γ αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι η $B\Gamma$ είναι κοινή εφαπτομένη των C_1 και C_2