

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων και άξονα συμμετρίας τον άξονα $x'x$ σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - (i) Όταν έχει εστία το σημείο $E(-1,0)$
 - (ii) Όταν έχει διευθετούσα την ευθεία $x = \frac{1}{2}$
 - (iii) Όταν διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.
2. Να βρεθεί η εστία και η διευθετούσα της παραβολής με εξίσωση:
 - (i) $y^2 = 8x$
 - (ii) $y^2 = -8x$
 - (iii) $y = \frac{1}{4}x^2$
 - (iv) $y = -\frac{1}{4}x^2$
 - (v) $y^2 = 4ax$
 - (vi) $y = \frac{1}{4a}x^2$.
3. Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2px$. Να αποδειχτεί ότι η κορυφή της παραβολής είναι το πλησιέστερο στην εστία σημείο της.
4. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των σημείων A και B της παραβολής $y = \frac{1}{4}x^2$, που έχουν την ίδια τεταγμένη και ισχύει $\hat{AOB} = 90^\circ$.
5. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y = \frac{1}{4}x^2$ σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - (i) Όταν είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x + 1$
 - (ii) Όταν είναι κάθετη στην ευθεία $y = -2x$
 - (iii) Όταν διέρχεται από το σημείο $A(0, -1)$.
6. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής $y = \frac{1}{4}x^2$ στα σημεία $A(4,4)$ και $B\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ τέμνονται κάθετα και πάνω στη διευθετούσα της.