

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Αν (K, R) και (A, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και $R > \rho$, $KA = \delta$, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέση στη δεύτερη στήλη.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. Ο κύκλος (A, ρ) είναι εσωτερικός του (K, R) .	1. $\delta > R + \rho$
β. Ο κύκλος (A, ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (K, R) .	2. $\delta = R + \rho$
γ. Οι κύκλοι (K, R) και (A, ρ) τέμνονται.	3. $\delta = R - \rho$
δ. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.	4. $\delta < R - \rho$
ε. Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.	5. $2\delta = R - \rho$
	6. $\rho < \delta < R$
	7. $2\delta = R\rho$
	8. $R - \rho < \delta < R + \rho$

φουμε κύκλο με διάμετρο OA . Ποια είναι η σχετική θέση των δύο κύκλων;

3. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB και το μέσο του O . Γράφουμε τον κύκλο (A, AO) και τον κύκλο με διάμετρο OB . Ποια είναι η σχετική θέση των δύο κύκλων;

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Δίνεται κύκλος (O, R) και εξωτερικό σημείο του P , ώστε $OP < 2R$. Γράφουμε τον κύκλο $(O, 2R)$. Να αποδείξετε ότι:

i) ο κύκλος $(O, 2R)$ τέμνει τον κύκλο (P, PO) σε δύο σημεία Γ και Δ ,

ii) τα ευθύγραμμα τμήματα $O\Gamma$ και $O\Delta$ τέμνουν τον κύκλο (O, R) στα σημεία A και B ,

iii) τα PA και PB εφάπτονται στον (O, R) .

2. Δίνονται δύο κύκλοι (O_1, R_1) και (O_2, R_2) με

$$O_1O_2 > R_1 + R_2 > 2R_2.$$

2. Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

i) Η διάκεντρος δύο κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής. Σ Λ

ii) Η κοινή χορδή δύο ίσων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου. Σ Λ

iii) Το σημείο επαφής δύο εφαπτόμενων κύκλων είναι σημείο της διακέντρου. Σ Λ

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να προσδιορισθούν οι σχετικές θέσεις των κύκλων (K, ρ) και $(A, 2\rho)$ αν

i) $KA = \frac{\rho}{2}$,

ii) $KA = \rho$,

iii) $KA = 2\rho$,

iv) $KA = 3\rho$,

v) $KA = 4\rho$.

2. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και μια ακτίνα του OA . Γρά-

i) Να αποδείξετε ότι ο ένας βρίσκεται στο εξωτερικό του άλλου.

ii) Εστω ότι η διάκεντρος τέμνει τον (O_1) στα σημεία M, M' και τον (O_2) στα σημεία N, N' αντίστοιχα με τα M, N μεταξύ των M', N' . Να αποδείξετε ότι $MN \leq AB \leq M'N'$, όπου A, B τυχαία σημεία των κύκλων (O_1) και (O_2) αντίστοιχα.

3. Ένας κύκλος κέντρου K είναι εξωτερικός ενός άλλου κύκλου κέντρου A . Μια κοινή εξωτερική εφαπτομένη και μια κοινή εσωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων τέμνονται στο P . Να αποδείξετε ότι $\widehat{KPA} = 90^\circ$.

4. Μπορείτε να ζωγραφίσετε 12 κύκλους, ώστε ο καθένας από αυτούς να εφάπτεται σε 5 ακριβώς από τους δοσμένους κύκλους;