

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - (i) Όταν διέρχεται από το σημείο $A(1, \sqrt{3})$.
 - (ii) Όταν διέρχεται από το σημείο $A(\alpha - \beta, \alpha + \beta)$
 - (iii) Όταν εφάπτεται της ευθείας $x - y = 2$
 - (iv) Όταν εφάπτεται της ευθείας $\alpha x + \beta y = \alpha^2 + \beta^2$
2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2 + y^2 = 5$ σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - (i) Όταν είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2x + 3$
 - (ii) Όταν είναι κάθετη στην ευθεία $y = \frac{1}{2}x$
 - (iii) Όταν διέρχεται από το σημείο $A(5, 0)$
3. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες του κύκλου $x^2 + y^2 = 2$ στα σημεία $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$, $\Gamma(-1, -1)$ και $\Delta(1, -1)$ σχηματίζουν τετράγωνο με διαγώνιους τους άξονες $x'x$ και $y'y$. Ποιο είναι το εμβαδόν του τετραγώνου αυτού;
4. Να βρείτε την εξίσωση της χορδής του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$ που έχει μέσο το σημείο $M(1, -1)$.
5. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - (i) Όταν έχει κέντρο $K(0, 1)$ και διέρχεται από το σημείο $A(\sqrt{3}, 0)$
 - (ii) Όταν έχει διάμετρο το τμήμα με άκρα $A(-1, 2)$ και $B(7, 8)$
 - (iii) Όταν έχει ακτίνα $\rho = 5$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $A(1, 0)$ και $B(7, 0)$
 - (iv) Όταν διέρχεται από τα σημεία $A(4, 0)$ και $B(8, 0)$ και έχει το κέντρο του στην ευθεία $y = x$
 - (v) Όταν τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $A(4, 0)$ και $B(8, 0)$ και τον άξονα $y'y$ στα σημεία $\Gamma(0, -2)$ και $\Delta(0, \mu)$.
 - (vi) Όταν εφάπτεται του άξονα $x'x$ στο σημείο $A(3, 0)$ και διέρχεται από το σημείο $B(1, 2)$.
 - (vii) Όταν διέρχεται από την αρχή των αξόνων και εφάπτεται της ευθείας $3x + 4y = 12$ στο σημείο $A(0, 3)$.
6. Να βρείτε το κέντρο και η ακτίνα του κύκλου που έχει εξίσωση
 - (i) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$
 - (ii) $x^2 + y^2 - 10x + 12y - 20 = 0$

$$(iii) \quad 3x^2 + 3y^2 + 6x - 9y + 1 = 0 \qquad (iv) \quad x^2 + y^2 - 4\alpha x + 10\beta y + 4\alpha^2 + 16\beta^2 = 0 .$$

7. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου

$$(i) \quad x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0 \qquad \text{στο σημείο του} \quad A(1, -1)$$

$$(ii) \quad x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 - 3\beta^2 = 0 \qquad \text{στο σημείο του} \quad A(\alpha, -\beta) .$$

8. Να βρείτε τη σχετική θέση των κύκλων:

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1 \qquad \text{και} \qquad C_2 : (x-1)^2 + y^2 = 4 .$$