

3. Συναρτήσεις



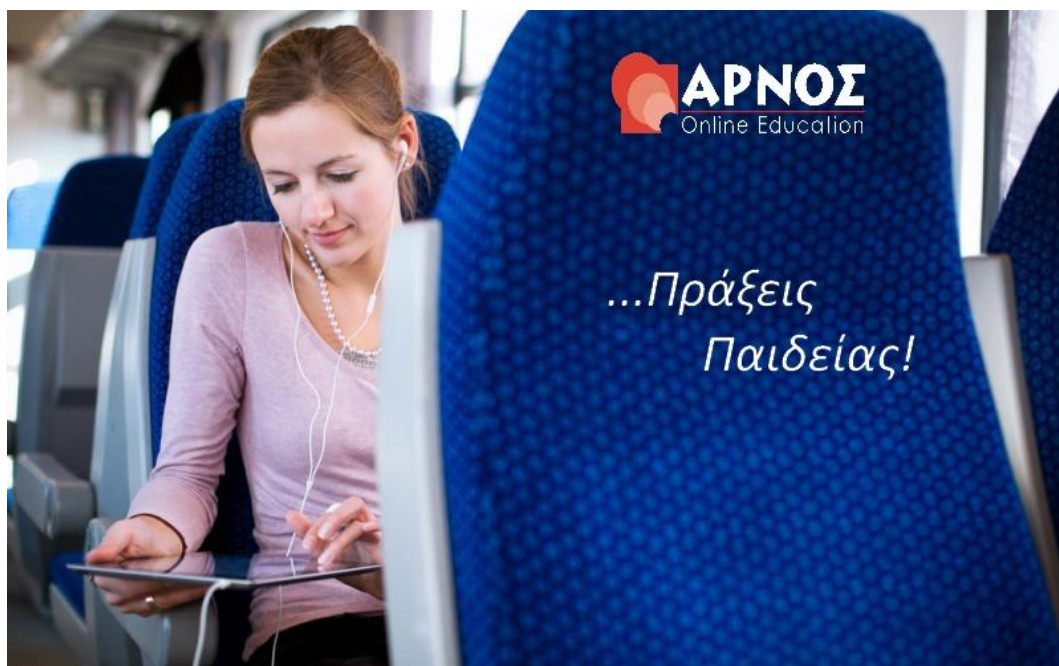
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

3.1 Η έννοια της Συνάρτησης

σχ. βιβλίο (σ.σ. 56-57)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 56-57)

3.1 Η έννοια της συνάρτησης

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας αυξάνονται κατά 20 € ο κάθε ένας. Η σχέση που εκφράζει τον νέο μισθό y συναρτήσει του παλαιού μισθού x είναι η

α) $y = 20x$ β) $y = 20 + x$ γ) $y = \frac{x}{20}$ δ) $y = 0,2x$

Απάντηση

Εφ' όσον οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας αυξάνονται κατά 20 € ο κάθε ένας, αν x ήταν ο μισθός ενός υπαλλήλου ο νέος μισθός θα είναι $20 + x$. Άρα σωστό είναι το β.

Ερώτηση 2

Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας αυξάνονται κατά 15%. Η σχέση που εκφράζει τον νέο μισθό y συναρτήσει του παλαιού μισθού x είναι η

α) $y = x + \frac{15}{100}$ β) $y = x + 15$ γ) $y = 1,15x$ δ) $y = 0,15x$

Απάντηση

Αν x είναι ο παλιός μισθός, η αύξηση είναι $\frac{15}{100}x = 0,15x$ και επομένως η σχέση που εκφράζει τον νέο μισθό θα είναι $y = x + 0,15x = 1,15x$. Άρα σωστό είναι το γ.

Ερώτηση 3

Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές x και y είναι 100cm^2 . Η σχέση που εκφράζει το μήκος του y συναρτήσει του πλάτους x είναι

α) $y = 100x$ β) $y = 100 + x$ γ) $y = \frac{100}{x}$ δ) $y = 100 - x$

Απάντηση

Το εμβαδόν E του ορθογωνίου δίνεται από τον τύπο $E = x \cdot y$ άρα $100 = x \cdot y \Leftrightarrow$

$y = \frac{100}{x}$. Άρα σωστό είναι το γ.

Ερώτηση 4

Δίνεται τετράγωνο πλευράς x . Η σχέση που εκφράζει το εμβαδόν E του τετραγώνου συναρτήσει του x είναι

α) $E = 2x$ β) $E = x^2$ γ) $E = \sqrt{2x^2}$ δ) $E = 4x$

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς x ισούται με x^2 . Άρα σωστό είναι το β.

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



...Πράξεις Παιδείας!

Ερώτηση 5

Να αντιστοιχίσετε τις συναρτήσεις της στήλης Α του παρακάτω πίνακα με τον πίνακα τιμών της στήλης Β (στη στήλη Β ένας πίνακας τιμών περισεύει)

ΣΤΗΛΗ Α		ΣΤΗΛΗ Β						
(α)	$y = 2x + 1$	i)	x	-3	-1	0	1	2
			y	10	2	1	2	5
(β)	$y = x^2 + 1$	ii)	x	-3	-1	0	1	2
			y	-5	-1	1	3	5
		iii)	x	-3	-1	0	1	2
			y	4	2	1	0	-1
(γ)	$y = 1 - x$	iv)	x	-3	-1	0	1	2
			y	4	2	1	0	2

Απάντηση

Για $x = -3$, ο τύπος $y = 2x + 1$ δίνει $y = 2(-3) + 1 = -6 + 1 = -5$

Για $x = -1$, ο τύπος $y = 2x + 1$ δίνει $y = 2(-1) + 1 = -2 + 1 = -1$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = 2x + 1$ δίνει $y = 2 \cdot 0 + 1 = 1$

Για $x = 1$, ο τύπος $y = 2x + 1$ δίνει $y = 2 \cdot 1 + 1 = 3$

Για $x = 2$, ο τύπος $y = 2x + 1$ δίνει $y = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

Για $x = -3$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = (-3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

Για $x = -1$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = 0^2 + 1 = 1$

Για $x = 1$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = 1^2 + 1 = 2$

Για $x = 2$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = 2^2 + 1 = 5$

Για $x = -3$, ο τύπος $y = 1 - x$ δίνει $y = 1 - (-3) = 4$

Για $x = -1$, ο τύπος $y = 1 - x$ δίνει $y = 1 - (-1) = 2$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = 1 - x$ δίνει $y = 1 - 0 = 1$

Για $x = 1$, ο τύπος $y = 1 - x$ δίνει $y = 1 - 1 = 0$

Για $x = 2$, ο τύπος $y = 1 - x$ δίνει $y = 1 - 2 = -1$

ΣΤΗΛΗ Α		ΣΤΗΛΗ Β						
(α)	$y = 2x + 1$	i)	x	-3	-1	0	1	2
			y	10	2	1	2	5
(β)	$y = x^2 + 1$	ii)	x	-3	-1	0	1	2
			y	-5	-1	1	3	5
		iii)	x	-3	-1	0	1	2
			y	4	2	1	0	-1
(γ)	$y = 1 - x$	iv)	x	-3	-1	0	1	2
			y	4	2	1	0	2

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών των παρακάτω συναρτήσεων

α) $y = 3x - 2$

x	-3	-2	-1	0	2
y					

β) $y = \frac{x-1}{2}$

x	-1	0	2	4	5
y					

Λύση

α) Για $x = -3$, ο τύπος $y = 3x - 2$ δίνει $y = 3(-3) - 2 = -9 - 2 = -11$

Για $x = -2$, ο τύπος $y = 3x - 2$ δίνει $y = 3(-2) - 2 = -6 - 2 = -8$

Για $x = -1$, ο τύπος $y = 3x - 2$ δίνει $y = 3(-1) - 2 = -3 - 2 = -5$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = 3x - 2$ δίνει $y = 3 \cdot 0 - 2 = -2$

Για $x = 2$, ο τύπος $y = 3x - 2$ δίνει $y = 3 \cdot 2 - 2 = 6 - 2 = 4$

x	-3	-2	-1	0	2
y	-11	-8	-5	-2	4

β) Για $x = -1$, ο τύπος $y = \frac{x-1}{2}$ δίνει $y = \frac{-1-1}{2} = -1$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = \frac{x-1}{2}$ δίνει $y = \frac{0-1}{2} = -\frac{1}{2}$

Για $x = 2$, ο τύπος $y = \frac{x-1}{2}$ δίνει $y = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

Για $x = 4$, ο τύπος $y = \frac{x-1}{2}$ δίνει $y = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$

Για $x = 5$, ο τύπος $y = \frac{x-1}{2}$ δίνει $y = \frac{5-1}{2} = 2$

x	-1	0	2	4	5
y	-1	-1/2	1/2	3/2	2

Άσκηση 2

Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών των παρακάτω συναρτήσεων

α) $y = x^2 + 1$

x	-3	-1	0	2	5
y					

β) $y = x^2 + 3x - 2$

x	-3	-2	0	1	3
y					

Λύση

α) Για $x = -3$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = (-3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

Για $x = -1$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = 0^2 + 1 = 1$

Για $x = 2$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = 2^2 + 1 = 5$

Για $x = 5$, ο τύπος $y = x^2 + 1$ δίνει $y = 5^2 + 1 = 26$

x	-3	-1	0	2	5
y	10	2	1	5	26

β) Για $x = -3$, ο τύπος $y = x^2 + 3x - 2$ δίνει $y = (-3)^2 + 3(-3) - 2 = -2$

Για $x = -2$, ο τύπος $y = x^2 + 3x - 2$ δίνει $y = (-2)^2 + 3(-2) - 2 = -4$

Για $x = 0$, ο τύπος $y = x^2 + 3x - 2$ δίνει $y = 0^2 + 3 \cdot 0 - 2 = -2$

Για $x = 1$, ο τύπος $y = x^2 + 3x - 2$ δίνει $y = 1^2 + 3 \cdot 1 - 2 = 2$

Για $x = 3$, ο τύπος $y = x^2 + 3x - 2$ δίνει $y = 3^2 + 3 \cdot 3 - 2 = 16$

x	-3	-2	0	1	3
y	-2	-4	-2	2	16

Άσκηση 3

Οι τιμές ενός καταστήματος ηλεκτρονικών επιβαρύνονται με φόρο 8% . Να εκφράσετε τις τιμές y με φόρο ως συνάρτηση των τιμών x χωρίς φόρο.

Λύση

Αν x είναι η τιμή κάποιου προϊόντος χωρίς φόρο, τότε ο φόρος στην τιμή αυτή

είναι $\frac{8}{100}x$. Επομένως η νέα τιμή y θα είναι ίση $y = x + 0,08x = 1,08x$

Άσκηση 4

Ένας πωλητής παίρνει μισθό 600 € το μήνα και ποσοστό 7 % επί των πωλήσεων που πραγματοποιεί. Να εκφράσετε το συνολικό ποσό y που κερδίζει τον μήνα, συναρτήσει του ποσού x των πωλήσεων που πραγματοποιεί.

Λύση

Αν x είναι η αξία των πωλήσεων σε ευρώ, τότε το ποσοστό του είναι 7 % άρα

κερδίζει επιπλέον $\frac{7}{100}x = 0,07x$ σε ευρώ.

Επομένως το σύνολο του μισθού του πωλητή είναι $y = 600 + 0,07x$

Άσκηση 5

Ένα ορθογώνιο έχει πλευρές με μήκη x και y (σε cm)

α) Αν η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 60 cm, να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x .

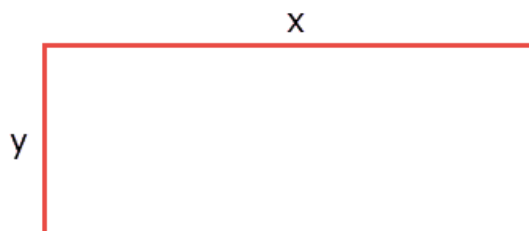
β) Αν το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 100 cm^2 , να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x .

Λύση

α) Η περίμετρος Π είναι $\Pi = 2x + 2y$

Οπότε $60 = 2x + 2y \Leftrightarrow 2y = 60 - 2x$

$\Leftrightarrow y = 30 - x$



β) Το εμβαδόν E είναι $E = x \cdot y$ Οπότε $100 = x \cdot y \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 6

Ένα τετράγωνο έχει πλευρά με μήκος x (σε cm). Να εκφράσετε την περίμετρο Π και το εμβαδόν E του τετραγώνου ως συνάρτηση της πλευράς x . Στη συνέχεια να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών.

Λύση

Το εμβαδόν E δίνεται από τον τύπο $E = x^2$

Η περίμετρος Π δίνεται από τον τύπο $\Pi = 4x$

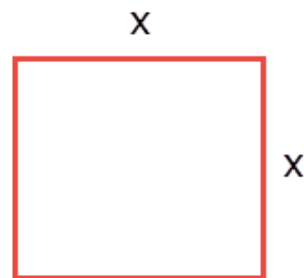
Για $x = 1$ ο τύπος $E = x^2$ δίνει $E = 1^2 = 1$

Για $x = 2$ ο τύπος $E = x^2$ δίνει $E = 2^2 = 4$

Για $x = 2,5$ ο τύπος $E = x^2$ δίνει $E = 2,5^2 = 6,25$

Για $x = 5$ ο τύπος $E = x^2$ δίνει $E = 5^2 = 25$

Για $x = 0,3$ ο τύπος $E = x^2$ δίνει $E = 0,3^2 = 0,09$



Για $x = 1$ ο τύπος $\Pi = 4x$ δίνει $\Pi = 4 \cdot 1 = 4$

Για $x = 2$ ο τύπος $\Pi = 4x$ δίνει $\Pi = 4 \cdot 2 = 8$

Για $x = 2,5$ ο τύπος $\Pi = 4x$ δίνει $\Pi = 4 \cdot 2,5 = 10$

Για $x = 5$ ο τύπος $\Pi = 4x$ δίνει $\Pi = 4 \cdot 5 = 20$

Για $x = 0,3$ ο τύπος $\Pi = 4x$ δίνει $\Pi = 4 \cdot 0,3 = 1,2$

x	1	2	2,5	5	0,3
E	1	4	6,25	25	0,09
Π	4	8	10	20	1,2

Άσκηση 7

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = 3x - 5$

x	2		-3	
y		7		-2

Λύση

Για $x = 2$, ο τύπος $y = 3x - 5$ δίνει $y = 3 \cdot 2 - 5 = 6 - 5 = 1$

Για $x = -3$, ο τύπος $y = 3x - 5$ δίνει $y = 3(-3) - 5 = -9 - 5 = -14$

Για $y = -2$, ο τύπος $y = 3x - 5$ δίνει $-2 = 3x - 5 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Για $y = 7$, ο τύπος $y = 3x - 5$ δίνει $7 = 3x - 5 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$

x	2	4	-3	1
y	1	7	-14	-2

Άσκηση 8

Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 70 χιλιόμετρα την ώρα .

α) Πόση απόσταση θα διανύσει σε 2 ώρες και πόση σε 5 ημέρες ;

β) Να εκφράσετε την απόσταση S (σε χιλιόμετρα) που θα έχει διανύσει το αυτοκίνητο ως συνάρτηση του χρόνου t (σε ώρες).

Λύση

α) Η απόσταση S που διανύει το αυτοκίνητο με σταθερή ταχύτητα u δίνεται από τον τύπο $S = u \cdot t$ (όπου t ο χρόνος). Έτσι για $t = 2$ ώρες $S = 70 \cdot 2 = 140$ km.

Ενώ για την απόσταση που θα διανύσει σε 5 ημέρες έχουμε $t = 5 \cdot 24 = 120$ ώρες
άρα $S = 70 \cdot 120 = 8400$ km

β) Αν t είναι ο χρόνος κίνησης του αυτοκινήτου σε ώρες, τότε η απόσταση S που θα διανύσει το αυτοκίνητο είναι $S = 70t$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MED - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!