Άσκηση 1.20

Έστω $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n > 0$

Δείξτε ότι $(\alpha_1 + ... + \alpha_n) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + ... + \frac{1}{\alpha_n} \right) \geq n^2$

<u>Απόδειξη</u>

Από την ανισότητα Αριθμητικού – Γεωμετρικού μέσου έχουμε

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n} \\ \frac{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}}{n} \geq \sqrt[n]{\frac{1}{a_1} \frac{1}{a_2} ... \frac{1}{a_n}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(a_1 + a_2 + ... + a_n) \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} \right)}{n^2} \geq 1 \Rightarrow$$

$$(\alpha_1 + ... + \alpha_n) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + ... + \frac{1}{\alpha_n} \right) \geq n^2 .$$